



CRICTE 2017

XXVIII Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia



ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS MODELOS MATEMÁTICOS LEI DE PEUKERT ESTENDIDA E KIBAM UTILIZANDO PERFIS DE DESCARGA ESTATISTICAMENTE DIFERENTES

Vanessa Pansera

Mestranda do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI)
vpansera@hotmail.com

Odenis Alessi

Mestrando do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática da
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI)
odenisalessi@hotmail.com

Airam T. Z. R. Sausen

Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática
da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI)
airam@unijui.edu.br

Paulo S. Sausen

Professor Doutor do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática
da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI)
sausen@unijui.edu.br

Resumo. A modelagem matemática mostra-se eficaz para prever o tempo de vida de baterias de dispositivos móveis, e diversos são os modelos desenvolvidos para este fim. Neste sentido, foi realizado um estudo comparativo entre dois modelos: a Lei de Peukert estendida e o modelo KiBaM. Para isto, foram obtidos dados experimentais de oito baterias novas de Lítio Íon Polímero, a partir de uma plataforma de testes, considerando perfis de descarga constantes, e aplicou-se a Análise de Variância e o Teste Tukey nos dados, a fim de perceber diferenças estatísticas entre os perfis para posterior estimação dos parâmetros empíricos e validação dos modelos. Por fim, verificou-se que ambos modelos possuem boa acurácia, sendo que o modelo KiBaM mostrou-se o mais acurado, com erro médio de 2,39%, enquanto a Lei de Peukert estendida obteve erro médio de 2,52%.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Tempo de vida de baterias. Diferenças estatísticas.

1. INTRODUÇÃO

A modelagem matemática é uma importante ferramenta para realizar previsões em relação a fenômenos. Uma de suas aplicações consiste na predição do tempo de vida de baterias de dispositivos móveis, sendo que o tempo de vida corresponde ao tempo de uma descarga completa da bateria.

Para este tipo de modelagem, há cinco categorias de modelos na literatura técnica: analíticos, eletroquímicos, elétricos, via identificação de sistemas e estocásticos (Freitas *et al.* [1]). Este artigo aborda acerca de dois modelos analíticos, a Lei de Peukert estendida (Ref. [1]) e o modelo KiBaM

(Manwell e McGowan [2]), e objetiva realizar uma análise comparativa entre os mesmos, usando dados estatisticamente diferentes na estimação dos parâmetros empíricos dos modelos, e na validação destes.

Os dados experimentais foram obtidos de 8 baterias novas de Lítio Íon Polímero (Li-Po) através de uma plataforma de testes presente no Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), e a análise comparativa foi realizada confrontando-se o erro médio obtido de cada modelo.

Para a explanação do estudo realizado, este artigo está organizado como segue: na Seção 2 são apresentados os modelos matemáticos; na Seção 3 é apresentada a metodologia adotada; na Seção 4 são apresentados os resultados obtidos e a discussão acerca dos mesmos e, por fim, na Seção 5, estão as conclusões.

2. MODELOS MATEMÁTICOS

Nesta Seção são apresentadas as equações e as principais características dos modelos matemáticos para realizar a predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis.

2.1. Lei de Peukert estendida

Este modelo (Ref. [1]) foi obtido a partir da Lei de Peukert original, dada por

$$L = \frac{a}{I^b}, \quad (1)$$

em que: L é o tempo de vida da bateria, a é a sua capacidade, I é a corrente de descarga aplicada, e b é o coeficiente de Peukert.

Assim, a partir da minimização funcional por comparação das derivadas de primeira e segunda ordem da Eq. (1), é possível encontrar a seguinte equação para a Lei de Peukert estendida, considerando correntes de descargas constantes

$$L = \left(\frac{I - \sqrt{I^2 - 4C_1C_2}}{2C_1} \right)^b, \quad (2)$$

em que: L , I e b são os mesmos elementos definidos na Lei de Peukert original, C_1 é o coeficiente de ajuste não linear, e C_2 é a capacidade da bateria. Destaca-se que os parâmetros empíricos do modelo que devem ser estimados são C_1 , C_2 e b .

Assim como o modelo original, a versão estendida da Lei de Peukert considera apenas um efeito não linear no processo de descarga: o efeito da taxa de capacidade (Khan e Vemuri [3]).

2.2. KiBaM

O modelo KiBaM (Ref. [2]), para a modelagem do tempo de vida de baterias, considera o sistema representado pela Fig. 1

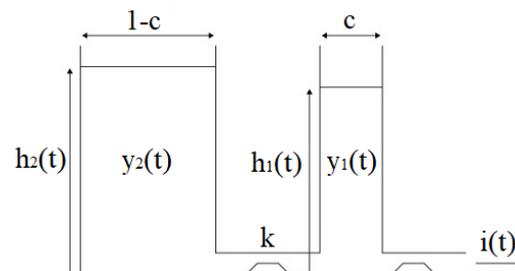


Figura 1. Esquema representativo do modelo KiBaM, Ref. [2]

em que: $y_1(t)$ é a carga disponível, $y_2(t)$ é a carga limitada, $h_1(t)$ e $h_2(t)$ são as respectivas alturas destas cargas, y_0 é a capacidade total, c é a fração de y_0 que corresponde a $y_1(t)$ e, conseqüentemente, $1-c$ é a fração de y_0 correspondente a $y_2(t)$, k é o fluxo entre as fontes e $i(t)$ é a corrente. Sendo que, quando a corrente de descarga é constante, $i(t)$ é representada por I . A seguir define-se

$$k' = \frac{k}{c(1-c)}, \quad (3)$$

para a simplificação dos cálculos, e então tem-se o seguinte sistema de Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs)

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = -I - k'(1-c)y_1(t) + k'cy_2(t) & (4) \\ \frac{dy_2}{dt} = k'(1-c)y_1(t) - k'cy_2(t) & (5) \\ y_1(0) = cy_0 & (6) \\ y_2(0) = (1-c)y_0 & (7) \end{cases}$$

cuja solução, através da Transformada de Laplace e suas definições, determina as cargas $y_1(t)$ e $y_2(t)$, dada pelas equações

$$y_1(t) = y_1(0)e^{-k't} - \frac{cI(k't - 1 + e^{-k't})}{k'} + (1 - e^{-k't}) \frac{(-I + cy_0k')}{k'}, \quad (8)$$

$$y_2(t) = y_2(0)e^{-k't} - I(1-c)t + \frac{(1-c)(y_0k' + I)(1 - e^{-k't})}{k'}. \quad (9)$$

Sendo os parâmetros empíricos que devem ser estimados: k' , c e y_0 . O modelo KiBaM considera dois efeitos não lineares presentes em uma descarga: o efeito de recuperação e o efeito da taxa de capacidade (Ref. [3]).

3. METODOLOGIA

Para a estimação dos parâmetros empíricos e para a validação dos modelos, foram obtidos dados experimentais de 8 baterias Li-Po, utilizando correntes de descarga constantes. Na Tabela 1 são apresentados os 31 perfis de descarga considerados, e o tempo de vida médio das 8 medições realizadas em cada perfil.

Considerando a metodologia adotada por Freitas *et al.* [4], foi realizada a Análise de Variância (ANOVA) nos dados obtidos, a fim de verificar se havia pelo menos dois perfis diferentes entre si, com nível de significância $\alpha = 5\%$, ou seja, com 95% de

confiança. E então procedeu-se a aplicação do Teste Tukey, para verificar quais perfis eram estatisticamente iguais ou diferentes. Os resultados obtidos podem ser verificados na última coluna da Tabela 1, em que as correntes que receberam, pelo menos, uma letra de agrupamento igual são estatisticamente iguais.

Tabela 1. Resultado do Teste Tukey para perfis de descarga constantes

Corrente (mA)	Tempo de Vida Médio (min)	Agrupamento
50	940,37	a
75	606,94	b
100	465,98	c
125	384,76	d
150	304,10	e
175	272,23	f
200	227,99	g
225	203,49	h
250	184,01	hi
275	165,17	ij
300	149,47	jk
325	141,29	kl
350	130,47	klm
375	123,11	lmn
400	114,59	mno
425	108,38	mnop
450	100,91	nopq
475	94,26	opqr
500	90,58	pqrs
525	86,20	pqrst
550	81,69	qrstu
575	77,84	rstuv
600	74,69	rstuvw
625	71,33	stuvw
650	68,41	stuvw
675	65,97	tuvw
700	63,51	tuvw
725	60,69	uvw
750	58,68	vw
775	56,63	vw
800	54,64	w

Desta maneira, considerando as informações da Tabela 1, foram escolhidos os perfis 50 mA, 175 mA, 350 mA e

800 mA para a estimação dos parâmetros, e os perfis 75 mA, 100 mA, 125 mA, 150 mA, 200 mA, 225 mA, 275 mA, 450 mA e 575 mA para a validação dos modelos. Convém acrescentar que para a estimação utilizou-se o Método dos Mínimos Quadrados não linear, e para a validação dos modelos utilizou-se o erro médio, que é dado pela média aritmética dos erros de todos os perfis de validação que, por sua vez, são calculados da seguinte maneira

$$Erro = 100 \left| \frac{L_{sim} - L_{exp}}{L_{exp}} \right|, \quad (10)$$

em que: L_{sim} é o tempo de vida simulado e L_{exp} é o tempo de vida experimental.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a aplicação do Método dos Mínimos Quadrados não linear, obteve-se os seguintes resultados para os parâmetros empíricos: para a Lei de Peukert estendida, $C_1 = -0,0064$, $C_2 = 35132$ e $b = 1,0578$, e para o modelo KiBaM, $k' = 5773800$, $c = 2,6722 \times 10^{-8}$ e $y_0 = 48388$. Após a validação dos modelos, os seguintes erros foram encontrados.

Tabela 2. Erros percentuais correspondentes aos modelos

Corrente (mA)	Lei de Peukert estendida	KiBaM
75	5,8268	5,2337
100	3,4173	2,4516
125	0,2765	1,0562
150	4,5051	3,9790
200	3,2963	3,2963
225	2,3152	2,5118
275	2,0766	2,6215
450	0,5079	0,1858
575	0,4416	0,1847
Erro médio	2,5181%	2,3912%

Conforme pode-se observar na Tabela 2, a Lei de Peukert estendida obteve erro médio

de 2,52% e o modelo KiBaM de 2,39%. Deste modo, ambos foram considerados de boa acurácia, pois a literatura técnica prevê erro máximo de 5% para os modelos matemáticos utilizados para a predição do tempo de vida de baterias (Ref. [1]). Percebeu-se também que o modelo KiBaM obteve melhor resultado, que deve-se principalmente ao fato de o modelo considerar os dois efeitos não lineares presentes em um processo de descarga.

5. CONCLUSÕES

O uso de perfis estatisticamente diferentes mostrou-se importante para realizar as análises entre os modelos matemáticos. Para trabalhos futuros, pode-se estender a análise comparativa para outros modelos analíticos, bem como, pode-se utilizar perfis de descarga variáveis para as validações dos modelos.

6. REFERÊNCIAS

- [1] D.J.B Freitas et al., “Predição do tempo de vida de baterias: proposição de uma extensão à Lei de Peukert,” *Espacios*, vol. 38, no. 18, 2017, pp. 1-13.
- [2] J. Manwell and J. McGowan, “Lead acid battery storage model for hybrid energy systems,” *Solar Energy*, vol. 50, Maio 1993, pp. 399-405.
- [3] J. Khan and R. Vemuri, “Energy anagement in battery-powered sensor networks with reconfigurable computing nodes,” *IEEE*, vol. 00, 2005, pp. 543-546.
- [4] D.J.B Freitas et al., “Identificação de sistemas aplicada à predição do tempo de vida de baterias de Li-Po utilizadas em dispositivos móveis,” *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*. No prelo. 2017.