



XXIII ENACED
ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
III SIEPEC
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS E
PESQUISA EM EDUCAÇÃO NAS CIÊNCIAS
V ENTECI
ENCONTRO DE DEBATES SOBRE TRABALHO,
EDUCAÇÃO E CURRÍCULO INTEGRADO

**CIÊNCIA, DEMOCRACIA
E DECOLONIALIDADE:
CONTRIBUIÇÕES AO DEBATE
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

20 a 22/05/2024
Unijuí, campus Ijuí



Eixo Temático: Educação e Formação de Professores

A ANÁLISE DE ERROS NO ESTUDO DE MATRIZES: perspectivas avaliativas de uma professora de Matemática em formação inicial

Djéssi Carolina Krauspenhar Reffatti¹
Mariele Josiane Fuchs²

RESUMO

O presente trabalho relata a experiência vivenciada no Estágio Curricular Supervisionado IV do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Farroupilha - *Campus* Santa Rosa, no ano de 2023. O estágio tem como objetivo oportunizar aos futuros docentes a vivenciarem na prática os conhecimentos construídos ao longo do curso, para assim, significar conceitos e refletir sobre suas ações docentes. O estágio de regência de classe, objeto de análise aqui, foi realizado na turma do 2º ano do Ensino Médio em uma escola pública da Rede Estadual de Ensino envolvendo os conteúdos de Matrizes. Tendo como objetivo destinar um olhar para a(s) potencialidade(s) da análise de erros no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, de modo a instigar os alunos a identificarem os erros cometidos, seus entendimentos e a retomada dos conceitos estudados, as escritas aqui tecidas apresentam registros e análises com este tema em foco.

Palavras-chave: Análise de Erros. Estágio de Docência. Matrizes. Formação de Professores.

INTRODUÇÃO

É através do estágio que se pode aprofundar conhecimentos e habilidades de modo a qualificar a formação e a prática docente, articulando a teoria com a prática. Castro (2002) e Rocha (2005) afirmam que as práticas de ensino e os estágios supervisionados representam uma instância importante e fundamental à formação do professor, sendo marcada por intensa e significativa aprendizagem profissional.

¹ Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), Estudante do Curso de Pós Graduação em Educação nas Ciências, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), reffattidjessi@gmail.com

² Licenciada em Matemática (UNIJUÍ), Especialista em Ensino de Matemática (FURG) e Mestra em Educação Nas Ciências (UNIJUÍ). Coordenadora e Docente do Curso de Licenciatura em Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus* Santa Rosa, mariele.fuchs@iffarroupilha.edu.br



XXIII ENACED
ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
III SIEPEC
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS E
PESQUISA EM EDUCAÇÃO NAS CIÊNCIAS
V ENTECI
ENCONTRO DE DEBATES SOBRE TRABALHO,
EDUCAÇÃO E CURRÍCULO INTEGRADO

**CIÊNCIA, DEMOCRACIA
E DECOLONIALIDADE:
CONTRIBUIÇÕES AO DEBATE
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

20 a 22/05/2024
Unijuí, campus Ijuí



O presente trabalho apresenta os resultados referente à análise de erros em uma atividade avaliativa relacionada com o conteúdo de Matrizes, desenvolvida com uma turma de 12 alunos do 2º ano do Ensino Médio, de uma Escola da Rede Estadual de Ensino localizada no município de Tucunduva/RS. Sendo estas desenvolvidas durante o Estágio Curricular Supervisionado IV do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha - *Campus Santa Rosa*, no segundo semestre de 2023.

Os relatos e reflexões decorrem deste importante momento na trajetória acadêmica da formação inicial de professores, que é o estágio de docência. Desse modo, busca-se descrever como ocorreram os procedimentos didáticos metodológicos trabalhados em sala de aula, a relação entre teoria e prática, o desenvolvimento das atividades e as reflexões das mesmas neste período com foco na educação matemática, com auxílio de autores da área da matemática e da educação como Hoffmann (2006), Cury (2007), Freire (1996), Luckesi (2005), entre outros.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Ao longo do período de regência do Estágio Curricular Supervisionado IV, o conteúdo trabalhado foi Matrizes, desenvolvendo os conceitos de definição, elementos de uma matriz, tipos de matrizes, operações de matrizes, matriz transposta, simétrica, genérica, inversa e determinante de uma matriz. Segundo a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) a Matemática no Ensino Médio precisa ser trabalhada de uma forma que promova a interdisciplinaridade, a contextualização e a aplicação do conhecimento matemático, tendo como base o cotidiano do estudante:

Assim, no processo de elaboração do currículo de Matemática do Ensino Médio, deve-se levar em conta a importância da contextualização, pois os conceitos e procedimentos matemáticos precisam ter significado para o/a estudante (...) o cotidiano pode ser considerado uma fonte rica de contextos, para ensinar e aprender Matemática (BRASIL, 2018, p. 149).

Dessa forma, ao contextualizar o estudo de Matrizes estamos preparando os alunos para uma vivência conceitual em espaços externos à escola, de modo que ele consiga perceber a Matemática em inúmeras situações do seu cotidiano. Pensando nisso, o estudo de Matrizes pode ser associado a situações diversas, desde representações de tabelas de dados até a criptografia de mensagens.



XXIII ENACED
ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
III SIEPEC
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS E
PESQUISA EM EDUCAÇÃO NAS CIÊNCIAS
V ENTECI
ENCONTRO DE DEBATES SOBRE TRABALHO,
EDUCAÇÃO E CURRÍCULO INTEGRADO

**CIÊNCIA, DEMOCRACIA
E DECOLONIALIDADE:
CONTRIBUIÇÕES AO DEBATE
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

20 a 22/05/2024
Unijuí, campus Ijuí



Quanto à avaliação das aulas, entende-se que avaliar é muito mais do que realizar um teste, uma prova, um trabalho, fazer uma observação, saber se um aluno merece esta ou aquela nota, este ou aquele conceito. A avaliação é uma prática que se faz presente no dia a dia de sala de aula, tendo em vista que a todo o momento somos chamados a tomar decisões e a realizar escolhas que implicam, necessariamente, em alguma estratégia de avaliação. Segundo Hoffmann, é importante que os estudantes tenham “o acompanhamento em todos os momentos possíveis, para observar passo a passo seus resultados individuais” (HOFFMANN, 1996, p. 55).

Durante o período do estágio, os alunos foram avaliados de diferentes formas, dentre elas, pela participação em aula, colaboração e realização das atividades propostas. Assim como, pelo respeito com os colegas e com a professora estagiária, pelos registros produzidos em aula, pelos “vistos” no caderno e por um teste. Avaliar é um ato rigoroso de acompanhamento da aprendizagem, pois "É ela que permite tomar conhecimento do que se aprendeu e do que não se aprendeu e reorientar o educando para que supere suas dificuldades, na medida em que o que importa é aprender" (LUCKESI, 2005, p. 44).

O propósito da avaliação é conhecer o que o aluno aprendeu nas aulas, até onde ele conseguiu chegar com a intervenção pedagógica realizada. Da mesma forma, a avaliação é uma troca de saberes, entre professores e alunos, ela é o instrumento que promove a aprendizagem do educando e do educador, afinal “O aluno ensina ao aprender e o professor aprende ao ensinar” (FREIRE, 2009, p. 23). Avaliar é promover o conhecimento de mundo tanto do discente quanto do docente, é servir de ponte entre essas duas partes para que se realize a verdadeira aprendizagem.

Evidentemente, a avaliação não deve se restringir a pontuar acertos e erros, mas a análise das produções/registros dos alunos é um dos procedimentos que se adotou para avaliar seu desempenho. Nesse sentido, foi realizada uma análise dos erros dos alunos, que segundo Cury (2007), podemos relacionar com algumas classificações para a causa dos erros cometidos pelos alunos. Através do erro, o professor tem a oportunidade de compreender quais as reais dificuldades do seu aluno, podendo a partir delas elaborar suas aulas, visando a superação das mesmas e a evolução na construção do conhecimento.



XXIII ENACED
ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO
III SIEPEC
SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS E
PESQUISA EM EDUCAÇÃO NAS CIÊNCIAS
V ENTECI
ENCONTRO DE DEBATES SOBRE TRABALHO,
EDUCAÇÃO E CURRÍCULO INTEGRADO

**CIÊNCIA, DEMOCRACIA
E DECOLONIALIDADE:
CONTRIBUIÇÕES AO DEBATE
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

20 a 22/05/2024
Unijuí, campus Ijuí



RESULTADOS E DISCUSSÕES

O período de regência de classe desenvolveu-se ao longo de nove encontros, compreendidos entre os meses de setembro a novembro do ano de 2023, totalizando às 20 horas de intervenção exigidas para o componente de Estágio. Os encontros aconteciam nas segundas-feiras no turno da noite, nos três primeiros períodos de aula.

Para a análise dos registros aqui apresentada, utilizou-se a avaliação ocorrida mediante o instrumento teste, a fim de identificar os entendimentos e lacunas de aprendizagem envolvendo os conceitos abordados durante a regência. O teste era composto de 11 questões, sendo duas mais teóricas e que não exigiam cálculos, uma descritiva e oito envolvendo resoluções numéricas e algébricas.

Cabe lembrar que no último encontro os alunos foram desafiados a fazerem uma análise dos erros cometidos no teste. Para isso, solicitou-se que se organizassem em duplas, as quais foi entregue um recorte de uma questão com algum erro na resolução. Assim, fez-se necessário que cada dupla analisasse o que havia de equívoco na resolução de maneira dialógica e resolvesse a questão no caderno, retificando a resolução apresentada.

Após as duplas terem concluído este momento, imagens das questões eram projetadas na sala, com auxílio de projetor multimídia. Então, um aluno por vez se encaminha à frente da turma, explicava o erro evidenciado e argumentava do como deveria ser a resolução correta da questão. Os alunos gostaram da atividade, julgaram interessante poder ver os erros cometidos e, muitas vezes, ficavam espantados pela ocorrência de alguns tipos de erro.

No teste realizado, constatou-se que os alunos demonstraram entendimento dos conteúdos abordados e que a maioria da turma apresentou desempenho satisfatório. Do total de 13 alunos, apenas 2 alunos ficaram com desempenho abaixo da média. Ainda, foram analisadas as resoluções observando os erros cometidos pelos alunos, visando compreender as dificuldades encontradas. Hoffmann (2008) ressalta que uma avaliação visa ao encaminhamento de alternativas de melhoria do “objeto avaliado”, ou seja, “[...] a avaliação direciona-se, essencialmente, para frente, não para julgar e classificar o caminho percorrido, mas para favorecer a evolução da trajetória do educando” (HOFFMANN, 2008, p. 21).

A análise de erros das soluções realizadas pelos alunos no teste, que serão expressados ao longo da escrita, leva em consideração a classificação trazida por Cury (2007, p. 63):



I. Ao uso errado dos dados: nesta classe são considerados os erros relacionados com discrepâncias entre os dados do problema e a forma como foram utilizados. II. A linguagem mal interpretada: esses erros relacionam-se à tradução incorreta dos itens de uma para outra linguagem, passagem da língua natural ou figural para a linguagem matemática; III. A definição ou teorema distorcido: os erros que se relacionam a definições ou propriedades que não se aplicam na questão proposta ao aluno; IV. A erros técnicos: erros que implicam no processo de resolução, erros computacionais ou troca de uma propriedade por outra.

Ainda em seus estudos, Brum e Cury (2013, p. 51) elaboraram mais três classes de erros:

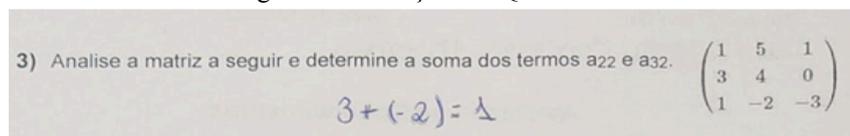
V. Cópia dos dados: os alunos transcreveram para o papel os dados, não mostrando a solução proposta. VI. Erros que não foram compreendidos pelas pesquisadoras. VII. Erros por distração: quando o estudante resolve corretamente a questão, mas esquece de indicar a resposta ou copia mal os dados.

A partir das resoluções do teste, realizou-se uma análise das questões em que houveram equívocos dos alunos. As questões nº 1 e nº 2 que eram de múltipla escolha todos os alunos acertaram.

Já na questão nº 3, os alunos deveriam localizar os termos e fazer a soma de dois deles. Nessa questão evidenciaram-se três erros, sendo eles do tipo IV - erros técnicos: erros que implicam no processo de resolução, erros computacionais ou troca de uma propriedade por outra (CURY, 2007).

O primeiro aluno extraiu corretamente os termos, porém esqueceu de somá-los. O segundo aluno trocou a operação e fez uma subtração. Já o terceiro aluno, trocou o primeiro termo, ele considerou o elemento a^{21} para fazer a operação (Figura 1).

Figura 1: Resoluções da Questão nº3

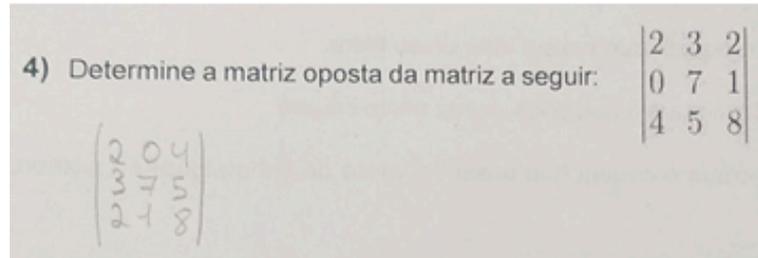


Fonte: A Autora (2023).

A questão nº 4 solicitava que os alunos determinassem a matriz oposta, porém quatro deles trocaram o conceito e resolveram como matriz transposta (Figura 2), ou seja, eles só deveriam trocar o sinal dos termos da matriz. Nesse caso cometeram o erro do tipo III - Definição ou teorema distorcido: os erros que se relacionam a definições ou propriedades que não se aplicam na questão proposta ao aluno (CURY, 2007).



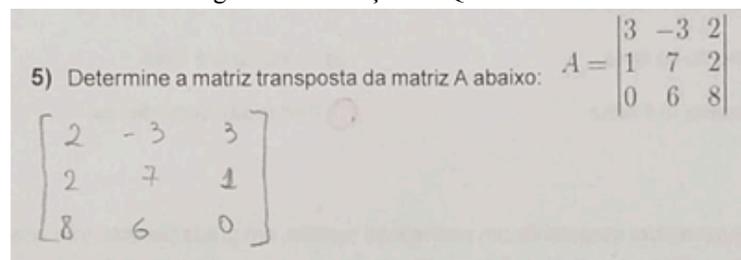
Figura 2: Resolução da Questão nº4



Fonte: A Autora (2023).

Dando sequência, na questão nº 5 os alunos deveriam determinar a matriz transposta, ou seja, trocar as linhas pelas colunas, porém dois alunos se equivocaram. O primeiro trocou apenas as colunas de lugar, invertendo a ordem dos elementos (Figura 3), e o segundo trocou o conceito de Matriz Transposta por Matriz Oposta, porém apenas alterou o sinal do elemento negativo. Acredito que ambos cometeram o erro do tipo III - Definição ou teorema distorcido: os erros que se relacionam a definições ou propriedades que não se aplicam na questão proposta ao aluno (CURY, 2007).

Figura 3: Resolução da Questão nº5



Fonte: A Autora (2023).

Todos os alunos acertaram as questões nº 6 e nº 7, sendo que a primeira envolvia o conteúdo de adição de matrizes e a segunda de subtração de matrizes. Em contrapartida, a questão nº 8 que envolvia o conceito de multiplicação de matrizes, teve sete erros, sendo eles em virtude dos alunos não terem feito a multiplicação de cada linha da primeira matriz por todas as colunas da segunda e depois feito a soma dos produtos (Figura 4). Nessa questão evidenciou-se o erro do tipo IV - erros técnicos: erros que implicam no processo de resolução, erros computacionais ou troca de uma propriedade por outra (CURY, 2007).



Figura 4: Resolução da Questão nº8

8) Considerando as matrizes A e B, determine A x B.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 2 & 1 \\ 8 & 12 & 9 & 1 \\ 23 & 6 & 3 & 7 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 9 & 2 \\ -6 & -4 & 3 & 0 \\ 8 & 7 & 5 & 3 \\ 2 & 12 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{r} -3+24+6 \\ 7+56+74 \\ 2+64+76 \\ 47+224+46 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7+2+43+84 \\ 3+(-1)+27+36 \\ 72+3+84+144 \\ 67+2+42+72 \end{array} \quad \begin{array}{r} -9+3+5+6 \\ 42+6+10+72 \\ -87+27+45+54 \\ 27+3+75+78 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0 \\ 2+3 \\ -2+3 \\ 74+27 \end{array} \quad = \quad \begin{bmatrix} 27 & 143 & 23 & 0 \\ 71 & 59 & 46 & 5 \\ 82 & 248 & 207 & 5 \\ 247 & 722 & 69 & 35 \end{bmatrix}$$

Fonte: A Autora (2023).

Na questão nº 9 os alunos deveriam determinar uma segunda matriz através da sua lei de formação. Entretanto, dois alunos se equivocaram nessa questão. O primeiro aluno trocou o elemento a^{12} pelo elemento a^{21} , ou seja, acabou trocando a ordem dos valores na matriz. Já o segundo errou o resultado do elemento a^{22} , porém ele multiplicou de forma equivocada todos os elementos pelo número da coluna (Figura 5). Ambos cometeram o erro do tipo IV - Erros técnicos: erros que implicam no processo de resolução, erros computacionais ou troca de uma propriedade por outra (CURY, 2007).

Figura 5: Resoluções da Questão nº9

9) Uma matriz quadrada de ordem 2 possui lei de formação $b_{ij}=2i+3j-5$. Determine a matriz B.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} A_{11} = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 5 = 0 \\ A_{12} = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 5 = 0 \\ A_{21} = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 - 5 = 5 \\ A_{22} = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 - 5 = 5 \end{array}$$

Fonte: A Autora (2023).

A questão nº 10 envolvia o conteúdo de Determinante de uma matriz. Nessa questão cinco alunos se equivocaram. Alguns alunos apresentaram equívocos no resultado das multiplicações, outros trocaram o sinal e somaram os elementos, ou seja, fizeram o inverso do que deveriam (Figura 6), ocasionando o erro do tipo IV - erros técnicos: erros que implicam no processo de resolução, erros computacionais ou troca de uma propriedade por outra (CURY, 2007).



Figura 6: Resolução da Questão nº10

10) Considerando as matrizes abaixo, calcule o seu determinante:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-4) \rightarrow 3 - (-8) \rightarrow \det = 11$$
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 4 & 1 \\ 5 & 0 & 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} \rightarrow 1 + 0 + 12 - 15 - 0 - 0 \rightarrow \det = -2$$

Fonte: A Autora (2023).

Já a questão nº 11 era descritiva, objetivando que os alunos relatassem seus entendimentos sobre matrizes, como vislumbravam sua aplicabilidade no dia a dia e o que mais lhes chamava a atenção em seu estudo. Todos responderam de maneira satisfatória, sendo grande a satisfação ao ler suas argumentações e entendimentos expressados nos registros.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O processo de ensinar a matemática permite explorar recursos do cotidiano do aluno, dinamizar as metodologias e utilizar materiais manipulativos. Além disso, o ato de ensinar precisa estar de acordo com o perfil da turma de modo a atender às suas necessidades, ao mesmo tempo em que permite explorar situações de ensino com vistas à construção de novos conhecimentos e retomada de conceitos já estudados.

A análise do erro do aluno potencializa o repensar do processo educativo, visto que permite revelar “a riqueza dos pensamentos do aluno, sua criatividade, sua lógica, dos mecanismos e processos que utiliza para chegar a determinadas respostas, dos caminhos de construção de seu pensamento”, como destaca Rosso (1996, p. 16. Nesse viés, atenta-se para o processo mental subjacente às respostas dadas e não apenas a resposta como um produto que se encerra em si mesmo. A análise dos processos utilizados pelo aluno nos leva a verificar a habilidade cognitiva com os conceitos matemáticos mobilizados e as estratégias de resolução apresentadas.

Evidenciar a origem do erro torna-se relevante no processo de ensino e aprendizagem à medida que valida uma análise sobre os conceitos já dominados pelos alunos, bem como sobre as necessidades de abordagens conceituais perante as dificuldades do aluno. Nessa direção, defendemos um trabalho docente voltado a sensibilizar para aquilo que o aluno



XXIII ENACED

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO

III SIEPEC

SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISA EM EDUCAÇÃO NAS CIÊNCIAS

V ENTECI

ENCONTRO DE DEBATES SOBRE TRABALHO, EDUCAÇÃO E CURRÍCULO INTEGRADO

**CIÊNCIA, DEMOCRACIA
E DECOLONIALIDADE:
CONTRIBUIÇÕES AO DEBATE
NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

20 a 22/05/2024
Unijuí, campus Ijuí



apresenta em seus registros, estimulando-o a desenvolver atividades que exijam a busca pelo conhecimento, promovam a concentração e ampliem o raciocínio lógico, desenvolvendo assim, habilidades essenciais à aprendizagem Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a Base**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

BRUM, Lauren Darold; CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros em soluções de questões de Álgebra**: uma pesquisa com alunos do Ensino Fundamental. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 4, n. 1, p. 45-62, 1 jan. 2013

CASTRO, Franciana Carneiro de. **Aprendendo a ser professor(a) na prática**: estudo de uma experiência em prática de ensino de matemática e estágio supervisionado. 2002, 149 p. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000241392>>. Acesso em: 17 out. 2023.

CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros**: o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários a prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2009.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliação Mediadora**. Porto Alegre: Editora Mediação, 1996.

HOFFMANN, Jussara Maria Lerch. **Avaliar para promover**: as setas do caminho. Porto Alegre: Mediação, 2008.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 17. ed. São Paulo: Cortez, 2005.

ROCHA, Luciana Parente. **(Re) constituição dos saberes dos professores de Matemática nos primeiros anos de docência**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

ROSSO, Ademar. **A função formativa do erro**. Espaço Pedagógico Passo Fundo, 1996.