

INTERPOLAÇÃO E AJUSTE DE CURVAS APLICADOS A CONCEITOS FÍSICOS DE EQUILÍBRIO¹

GUIMARÃES, Marcos Bressan²; CHRYSOSTHEMOS, Daniela Poloni³; TONIAZZO,
Nelson Adelar⁴

RESUMO: O presente trabalho foi desenvolvido na disciplina de Cálculo Numérico Computacional, objetivando aplicar métodos estudados (interpolação e ajuste de curvas) ao estudo de dados abrangendo áreas do conhecimento que envolvem o curso de graduação. Buscou-se promover a multidisciplinaridade através da criação de um protótipo que permite o estudo do conceito físico Torque, voltado ao equilíbrio de estruturas assimétricas. Os dados coletados foram inseridos em algoritmos desenvolvidos no programa Matlab, utilizando os métodos de Lagrange, mínimos quadrados e procura em rede, assim gerando polinômios e gráficos que descrevem a relação entre as variáveis analisadas. Embora com a previsível existência de erros durante o processo experimental e manipulação dos dados, os resultados foram satisfatórios e as curvas características apresentaram precisão superior a 99%.

Palavras-chave: Métodos Numéricos. Multidisciplinaridade. Experimento Prático. Contrapeso. Torque.

INTRODUÇÃO

A comunicação entre as disciplinas de um curso de graduação é extremamente importante para o desenvolvimento acadêmico. Muitas vezes, os conteúdos abordados são transmitidos e estudados de forma individualizada e sem a abordagem prática. O presente trabalho apresenta-se como um desafio de integração dos conhecimentos obtidos até então no curso de Engenharia Civil. Buscou-se criar um projeto experimental explorando o conceito Torque, voltado ao equilíbrio de estruturas assimétricas. A ideia é fundamentada em usar régua de acrílico de diferentes comprimentos apoiadas de forma assimétrica, cujo equilíbrio se dará por meio de contrapeso. As variáveis estudadas serão a dimensão da régua, contrapeso e deformação do material utilizado. Posteriormente, para corrigir a deformação, foram propostas duas soluções: o acréscimo de massa ao contrapeso e a inserção de tirantes. O trabalho visa determinar a curva de relação entre as variáveis por meio da implementação de Interpolação e Ajuste de Curvas, estudados na disciplina Cálculo Numérico Computacional.

MATERIAL E MÉTODOS

O esboço do protótipo presente na imagem a seguir norteou a construção do equipamento. A estrutura suporte foi feita em madeira, fixada com parafusos em uma base de MDF. O acrílico de 4mm de espessura foi cortado com o apoio do laboratório de Design da Unijuí, com largura de 4,5cm e nos comprimentos 25cm, 35cm, 45cm, 55cm, 65cm, 75cm e 85cm. Além disso, as régua de acrílico foram perfuradas à 5cm de uma de suas extremidades para conexão do contrapeso. A confecção do protótipo aconteceu principalmente no

¹ Categoria: Ensino Superior; Modalidade: Matemática Aplicada e Inter-relação com outras Disciplinas; Instituição: UNIJUI Câmpus Ijuí

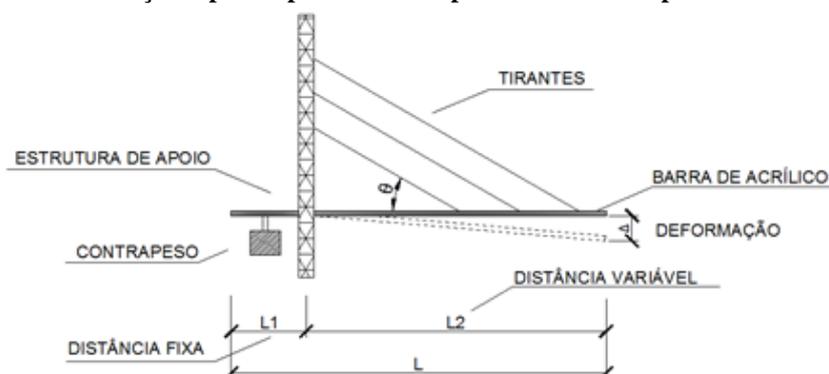
² Acadêmico do Curso de Engenharia Civil, marcosbressan77@hotmail.com

³ Acadêmica do Curso de Engenharia Civil, danielachrysosthemos@gmail.com

⁴ Professor Orientador, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Campus Ijuí, toniazzo@unijui.edu.br

laboratório de Física da Unijuí, que dispôs os objetos de referência ao contrapeso, com massas de 1g, 10g e 50g.

Figura 1 - Esboço do protótipo construído para o trabalho experimental.



Fonte: Os autores (2017)

Antes da execução do experimento, as régua acrílicas foram pesadas para que fosse possível fazer uma estimativa teórica do contrapeso necessário para o equilíbrio, por meio do estudo do Torque – que pode ser descrito coloquialmente como a ação de girar ou torcer de uma força (HALLIDAY, 2008). Sabendo que Torque (τ) é uma grandeza que relaciona a força aplicada em um ponto (no caso, a força peso) e sua distância ao eixo de rotação (R e R_{CM}), conseguimos calcular a relação entre contrapeso e comprimento igualando os torques produzidos em direções contrárias da régua: um, cuja responsável é a própria massa da barra, e outro produzido pelo contrapeso. Abaixo, o desenvolvimento do cálculo para determinação da massa do contrapeso.

$$\tau = F \cdot R \quad \tau_1 = \tau_2 \quad F_1 \cdot R = F_2 \cdot R_{CM} \quad F_1 = (F_2 \cdot R_{CM}) / R$$

Como F_1 e F_2 representam a força peso, cuja intensidade é definida por $F = m \cdot g$, podemos simplificar em função somente da massa, sendo a gravidade a mesma para F_1 e F_2 :

$$m_1 = (m_2 \cdot R_{CM}) / R$$

Sendo R : Distância entre o ponto de aplicação do contrapeso e o centro do apoio; R_{CM} : Distância entre o centro de massa da barra e o centro do apoio; F_1 : Força produzida pela massa do contrapeso; F_2 : Força produzida pela massa da barra; m_1 : massa do contrapeso; m_2 : massa da barra.

Os cálculos geraram estimativas teóricas cujos resultados estão descritos na tabela 1:

Tabela 1 - Estimativas teóricas para o contrapeso necessário ao equilíbrio das diferentes régua.

R (cm)	L2 (cm)	R_{CM} (cm)	m_2 (g)	m_1 (g)
5	15	2,5	48	24
5	25	7,5	66,4	99,6
5	35	12,5	89	222,5
5	45	17,5	99,7	348,95
5	55	22,5	123	553,5
5	65	27,5	138,5	761,95
5	75	32,5	157	1020,5

Fonte: Os autores (2017)

Para a execução do experimento as réguas foram apoiadas (sem fixação) sob a estrutura de madeira, de forma com que uma de suas extremidades ficasse a 10cm do centro do apoio. Como previsto, a barra necessita de contrapeso para permanecer estável. Inserindo uma massa mínima ao contrapeso para o equilíbrio (C1), percebe-se uma deformação na extremidade da barra (Δ), essa pode ser corrigida para as barras de 25cm, 35cm, 45cm e 55cm com o acréscimo de massa para a compensação (C2).

Para elaboração do trabalho utilizamos os conceitos Interpolação e Ajuste de Curvas, estudados em aula. A interpolação é útil quando se desconhece a forma analítica de uma função, podendo substituí-la por outra, deduzida a partir dos dados conhecidos. Foi realizada através do método de Lagrange. Sejam (x_i, y_i) e tendo $n+1$ pontos distintos, existe um único polinômio $P(x)$ de grau menor que n , tal que $P(x_i) = y_i$, para todo i (BARROSO, 1987). Com 7 dados experimentais geramos polinômios interpoladores de grau 6, que passam por todos os pontos permitindo a estimativa de valores, desde que estejam dentro do intervalo estabelecido (barras entre 25cm e 85cm de comprimento). Os gráficos presentes nesse trabalho foram desenvolvidos pelo método Ajuste de Curvas, que além de permitir extrapolação para a análise de dados, apresenta uma função mais representativa dos pontos obtidos.

O Ajuste de Curvas, é uma forma de encontrar uma função representativa dos dados, adequando funções de tipologias conhecidas cujos coeficientes serão otimizados buscando um melhor aproveitamento dos pontos em questão. Nesse método, não necessariamente a função encontrada coincide com todos os pontos fornecidos, mas, diferente do método de interpolação, permite a análise de valores fora do intervalo. Analisando a disposição dos pontos graficamente escolhemos o ajuste exponencial para ambas as funções, esse foi desenvolvido computacionalmente por meio do método procura em rede, No Método de Procura em Rede Modificado são definidos intervalos para cada parâmetro a ser estimado (intervalos válidos) e feitas partições destes intervalos, cujos valores são propostos como solução. (AVI, 2011). Um algoritmo busca a combinação de valores mais representativa da função para os coeficientes A, B e C, sendo a função exponencial representada por $F(x) = A \cdot e^{B \cdot x} + C$.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados coletados experimentalmente são informados na tabela 2:

Tabela 2 – Dados experimentais coletados

L - Comprimento da barra (cm)	C ₁ - Contrapeso Mínimo (g)	Δ - Deformação (cm)	C ₂ - Contrapeso para linearidade (g)
25	0	1,1	22,5
35	50	1,9	87
45	130	2,8	192
55	220	4	334
65	320	6,2	570*
75	470	7,7	750*
85	700	12,2	**

Fonte: Os autores (2017)

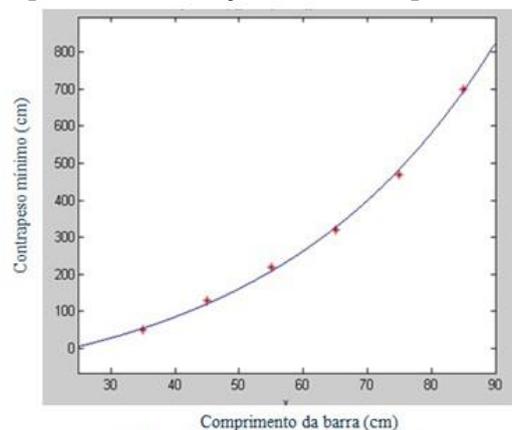
* Para as réguas de 65 cm e 75 cm de comprimento, foi possível alcançar a linearidade apenas nas proximidades da estrutura, com a massa informada na tabela.

** Mesmo com o acréscimo ao contrapeso não foi possível corrigir a deformação da barra de 85cm, fazendo necessário o uso de tirantes. Foram conectados 3 barbantes entre a estrutura de madeira e a régua de acrílico formando ângulo de 30°. Buscou-se o maior componente vertical da força de tração dos tirantes, responsável pela correção da deformação do acrílico. Esse estudo trigonométrico e a inserção dos tirantes não foram inclusos na análise computacional, mas sim, uma solução para um problema enfrentado durante o experimento.

Ajuste de Curvas:

Para a relação entre comprimento e contrapeso mínimo, os melhores intervalos usados foram $A[66;73]$, $B[0,02;0,03]$ e $C[-145;-125]$ com 100 divisões, gerando a função $71,0202 \cdot e^{0,029x} + 141,5657$ representada pelo gráfico abaixo. A precisão alcançada foi 99,86%.

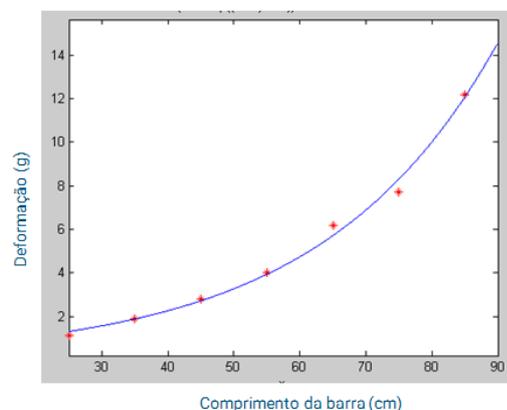
Figura 2 - Ajuste de curva exponencial da relação entre contrapeso mínimo e comprimento da barra.



Fonte: Os autores, desenvolvido em Matlab (2017)

Para a relação entre comprimento da barra e deformação, os melhores intervalos usados foram $A[0,3;0,5]$, $B[0,02;0,05]$ e $C[0,05;0,07]$ com 100 divisões, gerando a função $0,4919 \cdot e^{0,0376x} + 0,0520$ representada pelo gráfico a seguir. A precisão alcançada foi 99,27%.

Figura 3 - Ajuste de curva exponencial da relação entre deformação e comprimento da barra.



Fonte: Os autores, desenvolvido em Matlab (2017)

CONCLUSÕES

O trabalho desenvolvido propunha entrelaçar conceitos estudados nas disciplinas de física e cálculo numérico computacional. A construção do equipamento experimental permitiu a coleta de dados, estimados teoricamente e comparados. Sobre os resultados obtidos, observa-se que a escolha da função para o ajuste de curvas é de suma importância para o alcance de alta precisão e adequando-a ao comportamento dos dados associados à crescimentos e decrescimentos. Os ajustes escolhidos para ambas as relações, foram exponenciais, gerando uma precisão maior que 99%. A interpolação nos trouxe alguma ideia da curva que seria encontrada, porém não se fez tão significativa quanto o ajuste de curvas, alcançamos polinômios de grau 6.

Percebe-se que os valores experimentais não apresentam similaridade exata às estimativas calculadas. Essa variação deve-se a prováveis falhas e variáveis físicas desconsideradas. Apesar disso, há grande proximidade entre os valores encontrados para contrapeso necessário ao equilíbrio total por ambos os meios. Essa correspondência entre a teoria e a prática traz legitimidade, tanto ao processo de modelagem matemática para equacionamento do fenômeno, quanto ao programa experimental.

Quando alunos são estimulados a elaborar trabalhos acadêmicos, desde a sua problemática, organização e análise de resultados, a construção do saber acontece de forma mais ampla e significativa. Desenvolve-se assim a pesquisa, criatividade, além da experiência de resolver problemas e adversidades. Reconhecer a importância dos conteúdos estudados em aula e saber aplica-los a situações reais devem ser princípios norteadores durante um curso universitário.

REFERÊNCIAS

BARROSO, Leônidas Conceição et al. **Cálculo Numérico (com aplicações)**. 2. ed. São Paulo: HARBRA, 1987

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de física, volume 1: mecânica**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

AVI, Peterson Cleyton. **Modelo semi-empírico para a modelagem da transferência simultânea de calor e água no solo**. Dissertação de Mestrado, Unijui. Ijuí-RS, 2011.