



# MATEMÁTICA NA NATUREZA, SEQUÊNCIA DE FIBONACCI - PROPORÇÃO ÁUREA

Categoria: Ensino Médio

Modalidade: Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com Outras Disciplinas

**BURIOL, Luccas Cassol; MAINARDI, Júlio César Bellé;**

**ROSSATO, Leonise Mira Koehler;**

**Instituição participante:** Escola Estadual de Ensino Médio de Estrela Velha - **Estrela Velha/RS**

## INTRODUÇÃO

A matemática é vista como uma ciência exata e abstrata, mas ela é muito presente no nosso dia-a-dia, principalmente na natureza. Um dos exemplos mais interessantes dessa conexão é a sequência de Fibonacci, uma série de números que aparece em muitos fenômenos naturais e construções humanas, sequência formada pela soma dos dois números anteriores, resultando na ordem 0,1,1,2,3,5,8,13,21.

Embora pareça uma simples sequência matemática, suas aparições em números são surpreendentes. Sequência de Fibonacci pode ser encontrada na disposição de pétalas das flores, em formato de conchas marinhas, padrões de crescimentos e números de galhos nas árvores e também na formação da galáxia, e está muito ligada ao número de ouro ( $\phi=1,618$ ), valor muito utilizada na arquitetura para alcançar padrões perfeitos e até na formação do corpo humano.

“A sequência de Fibonacci foi apresentada no livro Liber Abaci pelo matemático italiano Leonardo Fibonacci (c. 1175-1250), também conhecido como Leonardo de Pisa. Diversos elementos da natureza, como quantidade de espirais de sementes que formam o miolo de um girassol, o padrão de crescimento de algumas plantas e o crescimento da população de coelhos, podem ser representados por números nessa sequência, em que os dois primeiros são iguais a 1 e , a partir do terceiro número, cada termo é obtido pela adição dos dois anteriores.”(CHAVANTE, 2020, p.102)



Ele também é reconhecido por difundir o sistema numérico hindu-arábico na Europa, por meio de seu livro *Liber Abaci*, e que hoje é presente na matemática mundial (sequência de 10 dígitos - 0 a 9).

Este trabalho foi desenvolvido por uma dupla da turma do 2º ano do Ensino Médio (turma 202) da Escola Estadual de Ensino Médio de Estrela Velha. O trabalho teve duração de três semanas e proporcionou momentos de aprendizado, conhecimento histórico e matemático, além de aplicar a biologia no mesmo. A ideia foi explicar a origem da sequência de Fibonacci, como é formada e, primordialmente, a sua aplicação na natureza, no corpo humano, na arte e em outras áreas, apresentando as fórmulas complexas de Fibonacci e outras teorias aplicadas sobre ela.

Neste projeto, será explorado a origem da sequência de Fibonacci, como ela é formada e, primordialmente, a sua aplicação na natureza, no corpo humano, na arte e em outras áreas. Nosso objetivo é demonstrar que, por trás de muitos padrões presentes ao nosso redor, há uma base matemática organizada e bela, revelada por esta sequência extraordinária.

## CAMINHOS METODOLÓGICO, RESULTADOS E DISCUSSÃO

Realizamos uma pesquisa aprofundada sobre a vida de Fibonacci e a origem da sequência que leva seu nome. Consultamos fontes confiáveis, como livros da história da matemática e artigos acadêmicos para compreender seus feitos e sua famosa sequência e sua contribuição para a matemática moderna.

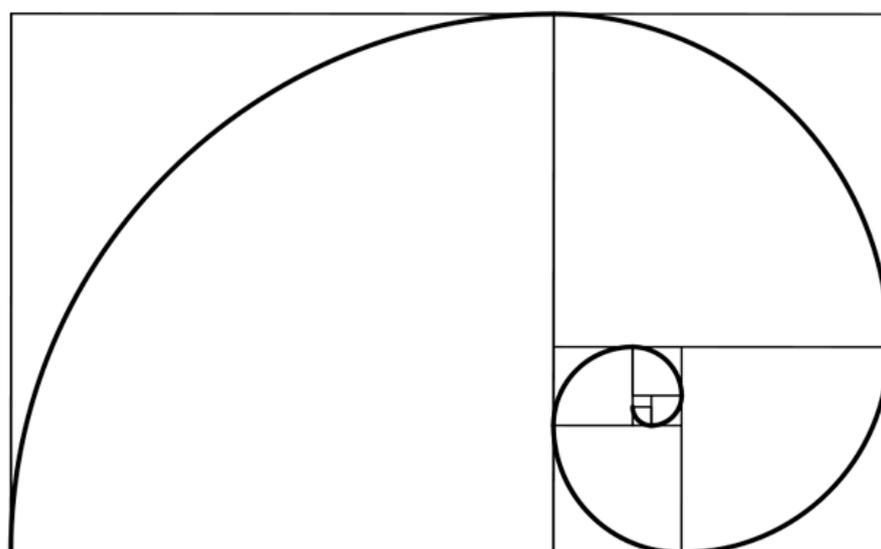
Analisou-se a Sequência de Fibonacci, onde cada número é obtido pela sequência dos dois anteriores, investigamos também a relação dessa sequência com o número de ouro  $\varphi$  ( $\phi$ ), que se obtém ao dividir um número da sequência pelo número anterior, resultando em uma aproximação do número 1,618.

Pesquisou-se também a aplicação dessa sequência no dia-a-dia, um exemplo de onde ela aparece é na natureza, como em pétalas de flores, sequências de crescimentos das árvores e organização de conchas marítimas, usamos fontes visuais, como visualização de plantas e frutos para confirmar essa afirmação.

Realizou-se ainda algumas atividades práticas para representar essa sequência, como a construção de sua espiral, a espiral de Fibonacci. Para isso utilizamos quadrados



proporcionais para validar essas afirmações (1x1, 2x2, 3x3, 5x5), que feitos corretamente formam uma espiral.



Exemplo de espiral de Fibonacci.

<https://static.mundoeducacao.uol.com.br/mundoeducacao/2023/09/espiral-fibonacci.jpg>

Fórmula da Sequência de Fibonacci e a explicação de sua fórmula:

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, n \geq 2$$

$$F_1 = 1, F_2 = 1, F_3 = 2, F_4 = 3, \dots$$

$$x^2 = x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \text{ (cálculo do discriminante)}$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$$

$$(x^I) \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \text{Número de Ouro } (\varphi) \text{ ou Razão Áurea} = 1,618\dots$$

$$(x^{II}) \beta = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \text{Número de Prata } (\phi) \text{ ou Razão Áurea Conjugada} = 0,618\dots$$

Exploramos também sua relação com o número de ouro, fizemos alguns cálculos com diferentes divisões dessa sequência que formam o número 1,618.

Alguns elementos presentes na natureza, como o miolo do girassol, que possui sementes dispostas em um conjunto de duas espirais, sendo na maioria 21 no sentido horário e 34 no sentido anti-horário, assim como a pinha, que possui uma dupla espiral, mas de 8 no sentido horário e anti-horário, 13, e, além do mais, cada parte da concha do caramujo possui o



tamanho dos dois anteriores, ou seja, se um lado mede 2 ( $1+1$ ), e o outro 5 ( $2+3$ ) o terceiro será 8 ( $3+5$ ), são alguns ótimos exemplos de onde a sequência de Fibonacci está presente.

Esse método também é aplicado em campos importantes, como na análise de mercados financeiros, na teoria de jogos, onde estudar os interesses e intenções da outra parte é importante porque elas terão, conseqüentemente, efeito nas decisões, como em um jogo de Xadrez. Ela também é aplicada na ciência da computação, além de algumas configurações biológicas e naturais, como os exemplos mostrados anteriormente.

A sequência de Fibonacci tem muitas propriedades matemáticas interessantes. A principal delas é que, à medida que avançamos na sequência, a razão entre dois números consecutivos se aproxima do número de ouro, esta relação é conhecida como razão áurea.

O número de ouro, derivado da sequência de Fibonacci, tem sido amplamente usado na arte e na arquitetura. Proporções que seguem a razão áurea são vistas como esteticamente agradáveis e harmoniosas. Grandes obras arquitetônicas, como o Parthenon, e obras de arte, como as pinturas de Leonardo da Vinci, são conhecidas por incorporar essas proporções.

Na natureza, o número de ouro pode ser observado nas proporções do corpo humano. Por exemplo, a razão entre a altura total de uma pessoa e a distância do umbigo até os pés se aproxima de phi, mostrando como a matemática descreve estruturas naturais de forma surpreendente.

A soma dos primeiros  $N$  números da sequência de Fibonacci é igual ao  $N+2^{\circ}$  número da sequência menos 1. Por exemplo, a soma dos primeiros cinco números (0, 1, 1, 2, 3) é 7, que é igual a 8 (o sexto número) menos 1. Todo número da sequência é a soma dos dois anteriores, o que reflete uma forma de crescimento exponencial.

Uma das descobertas mais interessantes é que a sequência de Fibonacci pode ser encontrada na natureza. Padrões naturais muitas vezes seguem essa sequência, como:

**Disposição de Pétalas em Flores:** Muitas flores têm um número de pétalas que corresponde a um número da sequência de Fibonacci. Por exemplo, lírios têm 3 pétalas, margaridas podem ter 34, 55 ou até 89.

**Padrões de Crescimento em Plantas:** A sequência de Fibonacci também é vista da mesma maneira como as folhas crescem ao redor do caule de uma planta (filotaxia). Isso acontece porque a disposição em espiral que segue a sequência melhora a exposição à luz solar.

O número de ouro, derivado da sequência de Fibonacci, tem sido amplamente usado



na arte e na arquitetura. Proporções que seguem a razão áurea são vistas como esteticamente agradáveis e harmoniosas. Por exemplo, o Parthenon, e obras de arte, como algumas pinturas de Leonardo da Vinci, são conhecidas por incorporarem essas proporções em suas obras.

O conteúdo sobre números de Fibonacci e razão áurea é uma oportunidade riquíssima para o professor trabalhar a conexão da Matemática com o dia a dia. Assim, neste trabalho falar-se-á sobre estes assuntos e destacar-se-á suas aplicações práticas. Será abordado um pouco do contexto histórico, destacando aspectos sobre a vida de Fibonacci e suas obras, depois o estudo formal de sua sequência, definindo-a e destacando algumas de suas principais propriedades.

Um dos exemplos de utilização da Sequência de Fibonacci é na natureza, na disposição de folhas e galhos em plantas. Elas se organizam com padrões perfeitos para maior incidência de luz solar e para que tenham o mínimo de sombra, esse padrão segue a sequência de Fibonacci, já que, quando contamos seu número de folhas e galhos em espiral encontramos os números de Fibonacci (1,2,3,5,8). Outro exemplo claro na natureza são os Padrões de sementes em girassóis, que são organizados em espiral seguindo a sequência de Fibonacci, isso permite com que ele maximize o número de sementes em uma pequena área. Assim como, em conchas e caracóis que crescem em uma espiral logarítmica que segue também a sequência de Fibonacci.

Também tem grande presença no mercado financeiro, que é utilizada em algumas ferramentas de análise para prever possíveis níveis de suporte e resistência em gráficos de preço de ações e outros ativos. São utilizados para identificar níveis de suporte e resistência nas tendências de mercado. Eles são calculados pelos movimentos de preço por alguns números da sequência de Fibonacci, como 23,6%, 38,2%, 50%, 61,8% e 100%.

## CONCLUSÃO

A Sequência de Fibonacci é, na verdade, um padrão matemático interessante, presente em fenômenos que vão para além da teoria abstrata, chegando a aplicações úteis, através da natureza ou do mercado financeiro. Na natureza, procura-se otimizar o crescimento e a organização de várias espécies de organismos, apresentando-se na disposição de folhas nas plantas, nas formações das conchas e mesmo na estrutura das galáxias. Ela mostra de forma



vigorosa que a matemática é a estrutura que dá origem à harmonia e a eficiência do funcionamento dos processos naturais.

No mercado financeiro, a sequência de Fibonacci almeja ser uma das ferramentas utilizadas pelos analistas e “traders” ao prever níveis de suporte e resistência, além de preços-alvos. A maneira como esses conceitos são aplicados reflete a busca do homem por padrões lógicos na atividade de um ambiente que, muitas vezes, parece ser aleatória.

## REFERÊNCIAS

Para a realização deste trabalho, foram feitas pesquisas nos seguintes sites:

<https://portal.invest.academy/trilha-do-trader-fibonacci/>

<https://www.todamateria.com.br/sequencia-de-fibonacci/>

<https://portal.invest.academy/trilha-do-trader-fibonacci/>

[https://pt.wikipedia.org/wiki/Sequ%C3%Aancia\\_de\\_Fibonacci](https://pt.wikipedia.org/wiki/Sequ%C3%Aancia_de_Fibonacci)

<https://brasilescola.uol.com.br/matematica/sequencia-fibonacci.htm>

<https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/sequencia-fibonacci.htm>

CHAVANTE, Eduardo – **Quadrante matemática e suas tecnologias: trigonometria e sequências** – 1. ed. – São Paulo : Edições SM, 2020.

Trabalho desenvolvido pela turma 202, da Escola Estadual de Ensino Médio Estrela Velha, pelos alunos: Júlio César Bellé Mainardi; Luccas Cassol Buriol.

### Dados para contato:

**Expositor:** Júlio César Bellé Mainardi; **e-mail:** Madwolfzenyt@gmail.com;

**Expositor:** Luccas Cassol Buriol; **e-mail:** luccascassolburiol@gmail.com;

**Professor(a) Orientador(a):** Leonise Mira Koehler Rossato; **e-mail:** leonise\_k@hotmail.com;