

## CONCEITOS ALGÉBRICOS E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA ANÁLISE PRELIMINAR DA AVALIAÇÃO SAME<sup>1</sup>

Raquel Taís Breunig<sup>2</sup>, Cátia Maria Nehring<sup>3</sup>, Isabel Koltermann Battisti<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Projeto de tese do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – UNIJUÍ/PPGEC.

<sup>2</sup> Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – UNIJUÍ/PPGEC; Professora Supervisora Pedagógica – EEEB Poncho Verde; Membro do GEEM.

<sup>3</sup> Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – UNIJUÍ/PPGEC; Líder do GEEM.

<sup>4</sup> Professora Doutora do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – PPGEC/UNIJUÍ; Membro do GEEM.

### RESUMO

A aprendizagem da matemática na educação básica tem motivado o desenvolvimento de pesquisas e de avaliações em larga escala, principalmente no período pós-pandemia. Diante desta problemática, é proposto neste trabalho, um recorte da pesquisa de doutorado, a partir de um estudo teórico dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2003) e uma reflexão acerca das avaliações em larga escala e suas possibilidades diagnósticas do processo de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos. Considerando este movimento, tendo como instrumento de análise o banco de dados da avaliação do Sistema de Avaliação Municipal da Educação Básica - SAME, foi feita a análise de uma questão que considera em seu descritor a compreensão de conceitos algébricos inerentes ao 9º ano do ensino fundamental. As possibilidades de desenvolvimento e tratamento dos registros de representação, bem como análise dos dados possibilitaram perceber a importância de realizar avaliações diagnósticas, considerar diferentes aportes teóricos para o desenvolvimento de situações de aprendizagem, bem como, o desenvolvimento de pesquisas que abarquem tais elementos. A partir disso, destaca-se a necessidade destas pesquisas estarem relacionadas com escolas e professores, para que de fato, seja possível uma aprendizagem com significado.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Avaliação em Larga Escala. Registros de Representação Algébricos.

### ABSTRACT

Learning mathematics in basic education has motivated the development of research and large-scale assessments, especially in the post-pandemic period. Faced with this problem, this work proposes a section of doctoral research, based on a theoretical study of Semiotic Representation Records (DUVAL, 2003) and a reflection on large-scale assessments and their diagnostic possibilities of the teaching and learning process of learning mathematical concepts. Considering this movement, using the evaluation database of the Municipal Evaluation System for Basic Education - SAME as an analysis tool, an analysis was made of a question that considers in its descriptor the understanding of algebraic concepts inherent to the 9th year of elementary school. The possibilities of development and treatment of representation records, as well as data analysis, made it possible to perceive the importance of carrying out diagnostic evaluations, considering different theoretical contributions for the development of learning situations, as well as the development of research that encompasses

such elements. From this, it is highlighted the need for these researches to be related to schools and teachers, so that, in fact, meaningful learning is possible.

**Keywords:** Mathematics Education. Large Scale Assessment. Algebraic Representation Registers.

## INTRODUÇÃO

A presente escrita constitui parte do projeto de pesquisa inerente ao Doutorado no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da UNIJUÍ vinculado à Linha 1 - Currículo e Formação de Professores e, mais especificamente, ao Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM). A escrita está organizada a partir da explicitação da temática de interesse e sua justificativa, os procedimentos metodológicos, discussão teórica e análise e discussão de dados preliminares já produzidos.

As inquietações e questionamentos que sustentam e compõem a proposta do projeto de pesquisa surgiram a partir de três movimentos. O primeiro vem de vivências em escola pública, como professora e supervisora pedagógica e as implicações da pandemia na aprendizagem dos estudantes. O segundo, considerando a participação como integrante da equipe da Matemática que atuou na organização dos instrumentos de avaliação do Sistema de Avaliação Municipal da Educação Básica – SAME. E a terceira é a própria continuidade da pesquisa de mestrado (BREUNIG, 2015), agora aprofundando o entendimento sobre avaliações de larga escala.

As vivências e inquietações como professora e pesquisadora, possibilitaram determinar a temática da pesquisa, voltada às implicações das avaliações em larga escala na estruturação curricular do ensino da matemática. Para tanto, o Sistema de Avaliação Municipal da Educação Básica – SAME é instrumento de pesquisa, bem como o seu banco de dados, com caráter metodológico o qual possibilita uma aproximação entre as avaliações em larga escala e suas implicações no currículo da matemática, considerando os conceitos algébricos.

Este trabalho tem como objetivo analisar as questões e as possibilidades de resolução, a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, bem como o desempenho dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental nas avaliações do SAME, nos anos de 2021 e 2022, aplicadas em duas escolas municipais, a partir de um descritor que considera conceitos algébricos.

## **METODOLOGIA**

A partir do estudo inicial que constitui a pesquisa de doutorado, considerando a temática avaliação em larga escala, ensino e aprendizagem em matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, propõe-se neste trabalho um recorte da pesquisa, a partir da análise qualitativa de dados do SAME.

Esta análise se organiza a partir da identificação de duas escolas municipais que participaram do processo de avaliação do SAME nos anos 2021 e 2022. Neste trabalho será considerado o descritor D35-Q2, “Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.”. Este descritor constitui as habilidades previstas para o 9º ano do ensino fundamental e é considerado na organização de uma questão proposta nos dois anos consecutivos.

Neste trabalho será feita a análise das questões e das possíveis resoluções para a mesma a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e por parte dos estudantes. Também será feita a análise dos dados obtidos a partir das avaliações realizadas nas escolas, identificadas como Escola A e Escola B.

## **SAME, REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E O CURRÍCULO DA MATEMÁTICA**

Considerando as proposições do Conselho Nacional de Educação, CNE/CP Nº2 (BRASIL, 2020), que institui diretrizes nacionais orientadoras para os sistemas de ensino durante e após o processo pandêmico, alguns municípios da região noroeste do estado do RS, procuraram a UNIJUÍ, para ver a possibilidade de organização de uma avaliação diagnóstica, considerando português e matemática no ensino fundamental. A partir desta demanda, foi organizado um grupo de professores, para propor um Sistema de Avaliação.

Essa avaliação diagnóstica considera conhecimentos de Matemática e de Língua Portuguesa, se constitui por meio de uma prova que contém questões de múltipla escolha e de questões que exigem resposta construída e/ou produção textual. Esses instrumentos de avaliação têm como referência a matriz da avaliação ANA - Avaliação Nacional de Alfabetização e as Matrizes de Referência para Língua Portuguesa e Matemática do SAEB,

identificando Habilidades/Descritores em cada ano e área de conhecimento, bem como, o apresentado pela Base Nacional Comum Curricular- BNCC (BRASIL, 2018).

Os resultados dessas avaliações estão apresentados em uma plataforma disponibilizada pela universidade a qual considera nível de proficiência (Avançado, Proficiente, Básico, Insuficiente), com escopos diferentes ao gestor municipal, gestor escolar e professor da turma, por disciplina.

Os níveis de proficiência são calculados da seguinte forma: Avançado quando o estudante atinge desempenho maior que 80%; Proficiente, quando os estudantes têm um nível de acertos entre 50% e 80% ( $50\% \leq \text{desempenho} \leq 80\%$ ); Básico, acertos entre 20% e 50% ( $20\% \leq \text{desempenho} < 50\%$ ); e Insuficiente, quando o estudante apresenta menos de 20% de acertos.

O SAME foi realizado no ano de 2021 e 2022, envolvendo mais de 6500 estudantes, pertencentes a escolas municipais e uma escola particular da região noroeste do estado do Rio Grande do Sul.

A partir da relação estabelecida com referenciais teóricos relacionados à Teoria dos Registros de Representação Semiótica e à BNCC (BRASIL, 2018) no que se refere à organização do instrumento de avaliação, aos indicadores a partir dos resultados e o currículo escolar, as condições de discussão são ampliadas.

A aprendizagem da matemática, segundo Duval (2003, 2009, 2011), se organiza a partir de registros de representação quando o estudante consegue mobilizar os registros de um conceito e mobilizar em outras representações e contextos.

Neste processo, considera-se que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval (2003, 2009, 2011) pode subsidiar os professores em seu planejamento a partir da análise de resultados das avaliações, enfatizando conceitos algébricos. Conforme BREUNIG (2015, p. 45) os Registros de Representação Semiótica “[...] possibilitam, a partir da conversão dos registros, a compreensão e significação conceitual matemática por parte dos discentes, ou seja, possibilitam ao professor criar condições de aprendizagem em sua prática docente.”.

Duval (2003, 2009, 2011) enfatiza que para a compreensão conceitual em matemática é importante que ocorra a conversão e o tratamento dos diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático. As diferentes representações de um objeto



matemático se fazem necessárias pois a matemática se constitui a partir de conceitos, propriedades, estruturas e relações.

Além disto, Duval (2009, p. 18) explicita que

A passagem de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer de um mesmo percurso, fenômenos tão familiares e tão frequentes na atividade matemática, não têm nada de evidente e de espontâneo para a maior parte dos alunos e dos estudantes. Estes frequentemente, não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes [...].

Portanto, entende-se que diferentes teorias com enfoque no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos podem se articular e complementar, dando suporte ao professor, juntamente com a análise de resultados das avaliações do SAME, para desenvolver seu planejamento a fim de possibilitar a aprendizagem com significado, possibilitando a apropriação conceitual por parte dos estudantes, bem como, a constituição do currículo da matemática.

O desenvolvimento de avaliações em larga escala é potencial para subsidiar discussões e reflexões sobre o currículo escolar, neste caso, especificamente o da matemática, possibilitando a identificação de habilidades fundamentais para a aprendizagem dos conceitos matemáticos na educação básica. No entanto, isso somente ocorre se o professor compreender o papel da avaliação em larga escala, e a partir disso, identificar as potencialidades da mesma, com o intuito de modificar seu planejamento e a estruturação do currículo da matemática.

Esse viés de análise ainda necessita ser mais discutido a partir do desenvolvimento de pesquisas (BONAMINO; SOUSA, 2012).

[...] a breve revisão de pesquisas sobre o tema apresentada aqui aportou contribuições, por vezes recorrentes, para a compreensão das interferências da avaliação sobre o currículo escolar. O que esses trabalhos evidenciam, em conjunto, é a importância que vêm assumindo as avaliações de segunda e terceira geração no delineamento das políticas educacionais e, em consequência, seu potencial de direcionar o quê, como e para que ensinar (BONAMINO; SOUSA, 2012, p. 386).

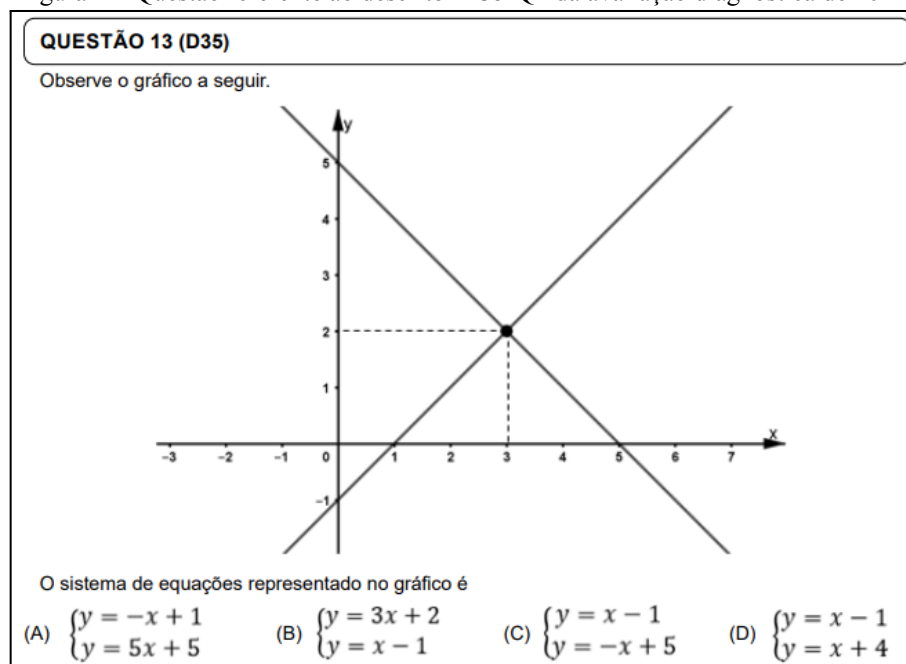
Além disso, surge a necessidade das escolas se enxergarem nos resultados, para, a partir disso, pensar o seu currículo.

## PROPOSIÇÕES A PARTIR DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICOS

A partir do banco de dados do SAME, tem-se acesso às questões de acordo com o ano de desenvolvimento, bem como as opções feitas pelos estudantes. Para o desenvolvimento deste trabalho considerou-se o descritor D35-Q2, “Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.” que tem como tema Números e Operações/Álgebra e Funções. Este descritor compete às avaliações do 9º ano do ensino fundamental e é contemplado em uma questão objetiva realizada em 2021 e 2022 (Figuras 1 e 2).

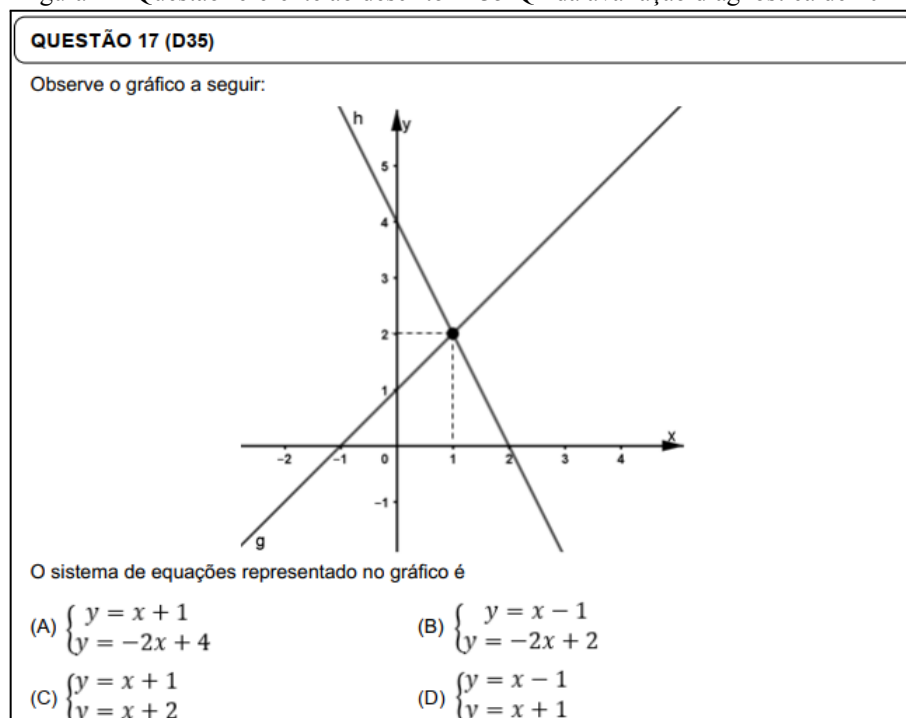
A proposta da questão considera o Registro Gráfico e o Registro de Equações do objeto matemático de sistemas de equações do 1º grau. Os termos Registro Gráfico e Registro de Equações são constituídos a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O Registro Gráfico considera o registro geométrico destacado no descritor, o qual relaciona os pontos coordenados  $(x, y)$  vinculados à uma função ou equação no plano cartesiano. O Registro de Equações considera as equações algébricas, nas quais as letras assumem o papel de incógnitas, neste caso, representado pelos sistemas de equações do 1º grau que constam nas alternativas das questões.

Figura 1 – Questão referente ao descritor D35-Q2 da avaliação diagnóstica de 2021.



Fonte: Dados oriundos das bases internas do SAME (2021).

Figura 2 – Questão referente ao descritor D35-Q2 da avaliação diagnóstica de 2022.



Fonte: Dados oriundos das bases internas do SAME (2022).

De forma geral, para ambas as questões (Figuras 1 e 2) há a necessidade do estudante realizar a análise e identificação das características do Registro Gráfico para identificar a alternativa correta. Assim sendo, é importante identificar que se trata da representação gráfica de duas retas, que representam duas equações do 1º grau ( $y = ax + b$ ). Feito isso, o estudante pode observar a indicação de um ponto específico na representação gráfica. Este ponto indica a intersecção entre as duas retas, ou seja, para ambas as equações tem-se o mesmo valor para a incógnita  $x$  e para a incógnita  $y$ . Na Figura 1 a intersecção é indicada pelo ponto (3, 2) e na figura 2, pelo ponto (1, 2). Desta forma é possível realizar o tratamento do Registro de Equações, substituindo as incógnitas  $x$  e  $y$  pelos respectivos valores identificados nos pontos, verificando se satisfazem a condição do sistema de equações, ou seja, ao substituir a incógnita  $x$  pelo número 3, nas equações dos sistemas da Figura 1, é necessário que em ambas as equações o valor “encontrado” para a incógnita  $y$  seja igual a 2. Desta forma o procedimento adotado pelo estudante se dá pela eliminação das alternativas que não satisfazem tal condição. O mesmo procedimento pode ser realizado na questão da figura 2.

O estudante ainda pode observar a inclinação das retas, que é definida pelo sinal do coeficiente que acompanha a incógnita  $x$ , ou seja, para  $a > 0$  (a maior que zero), a reta é

crescente, para  $a < 0$  (a menor que zero) a reta é decrescente. Desta forma, o estudante também pode eliminar alternativas a fim de identificar o sistema de equações representado graficamente.

A partir das possibilidades de análise, o estudante realiza o movimento de transição entre dois registros de representação semiótica, ou seja, do Registro Gráfico para o Registro de Equações, considerando também o tratamento de ambos. Na questão da figura 1 a alternativa correta é a letra C, ou seja, o Registro de Equações que está relacionado ao Registro Gráfico. Na questão da Figura 2, o Registro de Equações correspondente ao Gráfico é o da alternativa A.

Considerando os dados de análise das escolas no banco de dados do SAME, o nível de avaliação da Escola A em 2021 foi de 20% de acerto dos 30 estudantes, ou seja, estão em nível Básico de desempenho. Em 2022, este nível passou para Insuficiente, com 12% de acertos, de um total de 21 estudantes. A Escola B, apresentou nível Insuficiente em ambos os anos, tendo 10% de acertos em 2021 e 2022, desempenho este de um total de 21 estudantes e 10 estudantes, respectivamente.

A partir do banco de dados das avaliações realizadas pelos estudantes, também foi possível organizar os Quadros 1 e 2, considerando o número de estudantes que indicaram cada uma das alternativas.

Quadro 1 - Alternativas indicadas pelos estudantes na questão 13, na avaliação realizada no ano de 2021.

Escola	Alternativa A	Alternativa B	Alternativa C	Alternativa D	Total de estudantes
A	7	16	6	1	30
B	1	13	2	5	21

Fonte: Dados oriundos das bases internas do SAME (2021).

No ano de 2021, mais de 50% dos estudantes, em ambas as escolas, indicaram como correto o sistema de equações apresentado na alternativa B, que considera as equações  $y = 3x + 2$  e  $y = x - 1$ . Supõe-se que os estudantes identificaram o ponto de intersecção entre as retas  $(3, 2)$  e associaram a primeira equação. Esta associação pode estar relacionada ao ponto e à identificação das incógnitas, como  $x$  é igual a 3 no ponto, os estudantes associam isso ao coeficiente angular que acompanha a incógnita  $x$ . Automaticamente, associam o valor de  $y =$

2 ao coeficiente linear da equação. Observando a segunda equação do sistema, os estudantes podem ter relacionado, a partir de um mesmo pensamento, o ponto de intersecção de uma das retas com o eixo y, ou seja, (0, -1).

A alternativa A que considera o sistema composto pelas equações  $y = -x + 1$  e  $y = 5x + 5$ , foi indicada como correta por 8 estudantes (a segunda alternativa mais indicada como correta). Estes podem ter relacionado os pontos de intersecção da reta com os eixos x e y, os quais são (1, 0) e (0, -1). Este equívoco ocorre facilmente, pois muitos estudantes relacionam o traçado da reta com o traçado de um ponto, relacionado o x e y de ambos os pontos em um único ponto, ou seja, (1, -1). A partir disso, o estudante relaciona novamente, os valores x e y do ponto com os coeficientes da equação. Este mesmo processo se repete na análise e interpretação da segunda equação, considerando os pontos de intersecção da segunda reta com os eixos x e y como um único ponto (5, 5), e assim, relacionando com os coeficientes da equação.

Quadro 2 - Alternativas indicadas pelos estudantes na questão 13, na avaliação realizada no ano de 2022.

Escola	Alternativa A	Alternativa B	Alternativa C	Alternativa D	Total de estudantes
A	3	12	7	4	26
B	1	2	7	0	10

Fonte: Dados oriundos das bases internas do SAME (2022).

Considerando os dados obtidos na avaliação realizada em 2022, as alternativas mais indicadas pelos estudantes foram: a alternativa B e a alternativa C. A alternativa B que considera o sistema com as equações  $y = x - 1$  e  $y = -2x + 2$ , pode ter sido indicada como correta pelos estudantes pois, assim como, em 2021, relacionaram incorretamente os pontos de intersecção da reta como um único ponto, ou seja, os pontos (-1, 0) e (0, 1), foram identificados como uma relação entre x e y, formando o ponto (-1, 1), e desta, forma, relacionando incorretamente, com os coeficientes da equação  $y = x - 1$ . Além disso, os estudantes também não compreenderam a relação do sinal do coeficiente angular com a inclinação da reta. Caso houvessem observado essa característica, poderiam constatar que esta alternativa é incorreta. Levando em conta a segunda equação do sistema, novamente houve o

equivoco de, possivelmente, relacionar o ponto de intersecção com o eixo x, agora da segunda reta, (2, 0) com os coeficientes da equação.

Entende-se que os estudantes que identificaram a alternativa C como correta tiveram uma pensamento semelhante ao da alternativa B. Neste sistema de equações é possível observar que os coeficientes da segunda equação,  $y = x + 2$ , correspondem aos valores das coordenadas do ponto de intersecção entre as duas retas, ou seja, o ponto (1, 2).

Esta análise possibilita perceber que existem lacunas na apreensão conceitual dos estudantes considerando o Registro Gráfico e o Registro de Equações na forma algébrica. Além disso, também percebe-se que há dificuldade em relacionar ambos os registros. Na análise do Registro Gráfico os estudantes demonstram fragilidades no que tange à identificação dos pontos no plano cartesiano, bem como, a relação destes com a representação de uma equação. Também é possível perceber que tais fragilidades refletem no entendimento do Registro de Equações na forma de sistema de equações do 1º grau.

Tais resultados indicam a importância de desenvolver análises das avaliações diagnósticas nas escolas, buscando identificar as defasagens existentes quanto aos conceitos matemáticos. Além disso, também observa-se que existe dificuldade por parte dos estudantes considerando a transformação ou a conversão entre diferentes registros de representação algébricos, principalmente, quando se considera o movimento Registro Gráfico → Registro de Equações. Para Duval (2003, p. 15) “[...] Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não congruência. Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes”.

Porém, é a partir da coordenação de diferentes registros de representações de um mesmo objeto matemático que ocorre a aprendizagem dos conceitos matemáticos (BREUNIG, 2015). Por este motivo, é importante que o professor considere os Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 2003) como subsídio teórico em seu planejamento de ensino. Isso se dá, pois

[...] É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Ora, a importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais. Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático - por exemplo, as operações de cálculo - dependem do sistema de representação utilizado. [...] A seguir, há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está

ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar. (DUVAL,2003, p. 14).

Além disso, observa-se a necessidade e a importância da continuidade da realização das avaliações diagnósticas nas Escolas, a fim de acompanhar o desenvolvimento dos estudantes no decorrer das etapas escolares. Este acompanhamento, aliado a diferentes teorias inerentes ao processo de ensino e da aprendizagem, possibilitam ao professor a elaboração de situações de aprendizagem dos conceitos matemáticos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desempenho dos estudantes em avaliações em larga escala, com ênfase à matemática, tem preocupado professores e pesquisadores da educação, pois os resultados apontam defasagens na compreensão conceitual dos mesmos. Esse fato se agravou no período pós-pandemia, considerando o retorno às aulas presenciais.

A partir desse processo de retorno, de reflexão acerca da aprendizagem dos estudantes, das lacunas na aprendizagem, as avaliações em larga escala podem possibilitar aos professores identificar quais são as defasagens existentes no conhecimento dos estudantes e organizar o currículo escolar, focado no enfrentamento dessas defasagens. No entanto, para que isso ocorra, é necessário que o professor se aproprie dos instrumentos de avaliação em larga escala e de seus resultados. Também se destaca a importância do desenvolvimento de pesquisas que considerem esta temática, observando os resultados, discutindo-os e realizando a interação com as escolas e professores.

Além disso, vêm a necessidade de conhecer diferentes aportes teóricos que possibilitem a análise e reflexão dos dados, e posteriormente a organização do planejamento e do currículo. Diante disso, destaca-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como potencial para o planejamento do professor, no que tange ao ensino dos conceitos inerentes à álgebra.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONAMINO, Alicia; SOUSA, Sandra Zákia. Três gerações de avaliação da educação básica no Brasil: interfaces com o currículo na/da escola. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 38, n. 2, p. 373-388, abr./jun. 2012. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/766/76628121005.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 15 jun. 2023.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP nº 2/2020. Institui Diretrizes Nacionais orientadoras para a implementação dos dispositivos da Lei nº 14.040, de 18 de agosto de 2020, que estabelece normas educacionais excepcionais a serem adotadas pelos sistemas de ensino, instituições e redes escolares, públicas, privadas, comunitárias e confessionais, durante o estado de calamidade reconhecido pelo Decreto Legislativo nº 6, de 20 de março de 2020. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, n. 237, 11 dez. 2020.

BREUNIG, Raquel Taís. Coordenação de Registros de Representação e o Processo de Mediação Docente: conceito de limite em cursos de engenharia. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. Ijuí, 2015.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003, pp. 11-33.

\_\_\_\_\_. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais*. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009. 89

\_\_\_\_\_. *Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas*. Organização de Tânia M. M. Campos. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.