



MODELAGEM MATEMÁTICA DA PERDA DE UMIDADE DO SOLO EM FUNÇÃO DA TEMPERATURA E DA RADIAÇÃO SOLAR¹

Jéssica Eduarda Kuhn², Marcia de Fatima Brondani Binelo³, Manuel Osorio Binelo⁴, Maurício de Campos⁵, Fernanda San Martins Sanes⁶

- ¹Trabalho de pesquisa realizado na disciplina de Modelagem Matemática do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional Unijuí;
- ² Bolsista do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional Unijuí;
- ³ Profa. Dra. do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional Unijuí;
- ⁴ Prof. Dr. do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional Unijuí;
- ⁵ Prof. Dr. do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional Unijuí;
- ⁶ Profa. Dra. do Curso de Agronomia Unijuí.

RESUMO

O conhecimento da umidade do solo e sua relação com as variáveis meteorológicas pode auxiliar no gerenciamento dos recursos hídricos e na irrigação das culturas. Neste contexto, este trabalho tem como objetivo realizar a modelagem matemática da perda de umidade do solo em função das variações de temperatura e radiação solar. O modelo foi desenvolvido por meio de Regressão Linear Múltipla, considerando essas duas variáveis independentes (X) para a predição da variável dependente (Y). Os dados da pesquisa foram coletados por um sensor localizado em uma propriedade rural no Estado do Rio Grande do Sul e fazem parte do projeto "Plataforma Digital de Monitoramento de Sistemas de Irrigação". A modelagem se mostrou pertinente e a variabilidade dos dados de perda de umidade foi bem explicada pelas oscilações de temperatura e radiação solar.

Palavras-chave: Umidade do solo. Condições meteorológicas. Modelo matemático.

ABSTRACT

Knowledge of soil moisture and its relationship with meteorological variables can assist in the management of water resources and crop irrigation. In this context, this work aims to carry out a mathematical modeling of soil moisture loss as a function of variations in temperature and solar radiation. The model was developed using Multiple Linear Regression, considering these two independent variables (X) to predict the dependent variable (Y). The research data was found by a sensor located on a rural property in the State of Rio Grande do Sul and is part of the "Digital Platform for Monitoring Irrigation Systems" project. The modeling was shown to be relevant and the variability of moisture loss data was well explained by temperature fluctuations and solar radiation.

Keywords: Soil moisture. Meteorological conditions. Mathematical model.

INTRODUÇÃO

As condições meteorológicas influenciam todos os aspectos da cadeia produtiva agrícola, desde a semeadura e plantio até o transporte e armazenamento dos produtos. A umidade do solo em particular, desempenha um papel crucial no crescimento e na





produtividade das plantas, sendo influenciada por dados climatológicos passados e do presente, como precipitação, temperatura e radiação solar (RADIN & MATZENAUER, 2016).

A umidade é caracterizada pela quantidade de água presente em determinado volume de solo (MELO et al., 2020). O seu conhecimento indica em que condições hídricas o solo se encontra, sendo uma aliada do uso eficiente da irrigação na agricultura. Além de garantir a saúde das culturas, há redução de gastos desnecessários de água e energia elétrica, colaborando para uma agricultura sustentável - Objetivo do Desenvolvimento Sustentável (ODS) - (BUSKE, 2013).

Vários autores utilizaram fórmulas e modelos para determinar a umidade do solo. Entre as mais utilizadas tem-se a Equação de Richards (RICHARDS, 1931), que por não ter solução analítica pode ser resolvida numericamente pelo método das diferenças finitas, dos elementos finitos e dos volumes finitos. Na literatura também há grande utilização do programa *Hydrus* (SIMUNEK et al., 2008), modelo de elementos finitos que resolve a equação de Richards para o fluxo saturado/insaturado da água no solo.

Porém, pouco se comenta sobre o quanto os dados meteorológicos, especificamente a temperatura e a radiação solar interferem na determinação desta umidade. O conteúdo de água no solo é influenciado pela evaporação, passagem da água do estado líquido para o gasoso, e conforme Vione (2007, p. 33) para que esta ocorra, "são necessários alguns elementos de clima, tais como exposição à radiação solar, deslocamento e umidade do ar e variação de temperatura".

Nesse contexto, o presente trabalho visa realizar a modelagem matemática da perda de umidade do solo em função das variações de temperatura e radiação solar, valores coletados por um sensor em dado período de tempo. Busca-se analisar a interferência destes fatores e desenvolver um modelo explicativo da situação apresentada, de modo que os resultados possam ser utilizados para previsões futuras e contribuam para uma gestão agrícola mais precisa e eficiente.

METODOLOGIA

Trata-se de uma pesquisa observacional e bibliográfica, cujos dados utilizados fazem parte de um projeto maior intitulado "Plataforma Digital de Monitoramento de Sistemas de





Irrigação". Esta plataforma digital contém as informações de vários sensores de umidade de solo implantados em 36 localidades agrícolas das Regiões Noroeste e Missões do Estado do Rio Grande do Sul, a fim de monitorar o uso da água em sistemas de irrigação por pivô central.

Os sensores indicam a umidade pelo Conteúdo de Água Volumétrica (*Volumetric Water Content -* VWC). Este é obtido através da razão de volume de água por volume de solo e água (cm³/cm³ ou m³/m³). Além disso, também realizam a leitura da temperatura e da radiação solar a cada 10 minutos.

A escolha dos dados ocorreu através da análise de um desses sensores, com registros em uma planilha do *Excel* no período de 17/07/2023 a 02/10/2023. Como se tinha o intuito de encontrar relações entre as três variáveis de leitura, entendeu-se que era preciso inibir a precipitação, pois ela poderia interferir negativamente nos resultados. Desta forma, foi realizada a plotagem dos valores de umidade em um gráfico de linhas, conforme mostrado pela Figura 1. Após foram identificados três momentos em que se tinha um decréscimo considerável da umidade sem que houvesse um acréscimo significativo dentro de um mesmo intervalo de valores.

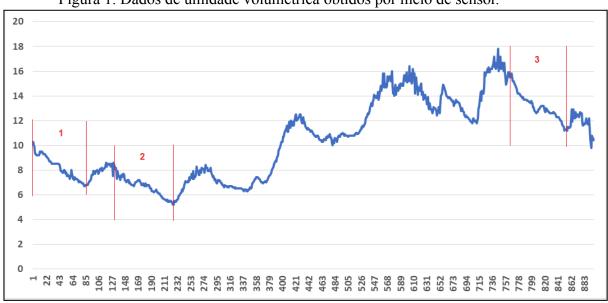


Figura 1. Dados de umidade volumétrica obtidos por meio de sensor.

Fonte: Autores, 2024.





Para este estudo e pensando na modelagem matemática, foram utilizados apenas os dados presentes no intervalo 3. São configurados para: perda acumulada de umidade volumétrica (%), temperatura acumulada (°C) e radiação solar acumulada (Wh/m²).

Primeiramente será feita uma investigação correlacional entre essas três variáveis para comprovar se elas possuem correlação (dependência) entre si. O índice de correlação é dado pelo coeficiente de Pearson (STANTON, 2001), representado por r. Este coeficiente, conforme Filho e Junior (2009), se trata de uma medida de associação linear entre duas variáveis quantitativas, conforme a fórmula:

$$r = \frac{1}{n-1} \sum \left(\frac{xi - \overline{X}}{Sx} \right) \left(\frac{yi - \overline{Y}}{Sy} \right)$$

Os resultados podem exprimir valores entre -1 a 1. Correlações positivas indicam que quanto maior o valor de uma das variáveis, maior também será o valor da outra. Correlações negativas, por sua vez, expressam que quando uma variável aumenta, a outra irá diminuir. Quando a correlação for 0, não há associações entre as variáveis. Para Cohen (1988), índices entre 0,10 e 0,29 podem ser considerados pequenos, 0,30 a 0,49 médios e entre 0,50 e 1 são considerados grandes, de forte correlação.

Comprovada a associação, parte-se para uma investigação experimental, utilizando a Regressão Linear Múltipla (RLM). Sua finalidade está em analisar o comportamento de uma variável resposta, também chamada de dependente, em relação a outras variáveis explicativas e/ ou independentes (BARRETO et al., 2016).

O modelo matemático de uma RLM é a mesma equação da reta, (Y= a +bx), porém apresenta múltiplas variáveis "b" que influenciam na inclinação da reta (PEREIRA et al., 2019). Pode ser expresso por:

$$\boldsymbol{\gamma} \ = \ \boldsymbol{\beta}_0 \ + \ \boldsymbol{\beta}_1 \cdot \boldsymbol{\chi}_{1i} + \boldsymbol{\beta}_2 \cdot \boldsymbol{\chi}_{2i} \ + \ \dots \ + \boldsymbol{\beta}_k \cdot \boldsymbol{\chi}_{ki} + \boldsymbol{\mu}_i$$

Onde:

- \rightarrow γ = valor previsto da variável dependente obtido por meio do modelo estimado;
 - \rightarrow β₀ = representa a constante. Valor de γ quando todos os χ forem iguais a 0;





- \Rightarrow β_k = coeficiente de cada variável independente. Indica o quanto a variável dependente vai variar com a variação de uma unidade de χ , quando todas as outras variáveis forem constantes;
 - \rightarrow χ_{b} = nome de cada variável independente;
- \Rightarrow μ = erro ou resíduo. Diferença entre o valor real de γ e o valor previsto de γ . Quanto menor o erro, melhor;
- \rightarrow i = representa cada uma das variáveis da amostra (i = 1, 2, 3...k, em que k é o tamanho da amostra).

Os coeficientes de regressão podem ser estimados de diferentes formas, sendo uma delas pelo Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Este método fundamenta-se em minimizar o erro quadrático médio das medidas, ou seja, consiste em encontrar o melhor ajuste dos dados de forma que a soma dos quadrados das diferenças entre os valores estimados pelo modelo e os valores observados seja a menor possível (HELENE, 2013).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

O cálculo dos coeficientes de correlação de Pearson para análise simultânea de correlações entre as variáveis perda de umidade acumulada, temperatura acumulada e radiação solar acumulada foi realizado através da própria ferramenta do *Excel* através de Dados > Análise de Dados > Correlação. A Tabela 1 apresenta os resultados de tais coeficientes.

Tabela 1. Correlação de Pearson entre as variáveis utilizadas.

2	Perda de umidade	Temperatura	Radiação Solar	
Perda de umidade	1			
Temperatura	-0,949460033	1		
Radiação Solar	-0,7052779334	0,5578353268	1	

Fonte: Autores, 2024.

Os resultados indicam que na comparação entre perda de umidade acumulada e temperatura acumulada a correlação é de aproximadamente -0,949. Esta correlação negativa forte sugere que, conforme essa temperatura aumenta, a perda acumulada de umidade do solo em se tratando do valor numérico é menor, consequentemente se perdeu mais umidade. O





mesmo ocorre em sua comparação com radiação solar acumulada, com correlação negativa forte de -0,705. Por fim, radiação solar e temperatura apresentam correlação positiva de 0,558, comprovando que havendo maior radiação solar, a temperatura também irá aumentar.

Busca-se realizar a modelagem matemática da perda de umidade do solo com relação a temperatura e a radiação solar, a fim de obter uma equação explicativa dos dados que foram apresentados pelo sensor. Por isso, a RLM foi utilizada para descrever esta situação, informando também a influência que as variáveis temperatura e radiação solar, acumuladas e denominadas no modelo como variáveis independentes, têm sob a determinação da perda acumulada de umidade do solo, variável dependente.

Como forma de confirmar o pressuposto de que há correlação entre a variável dependente e as variáveis independentes, foram gerados gráficos de dispersão para cada uma das relações, acrescidos da linha de tendência. Essa linha pode estar mais ou menos inclinada, indicando se há uma correlação forte ou fraca, respectivamente (PEREIRA et al., 2019).

A Figura 2 apresenta os pontos de dispersão entre os dados das variáveis umidade e radiação solar, enquanto que a Figura 3 entre umidade e temperatura.

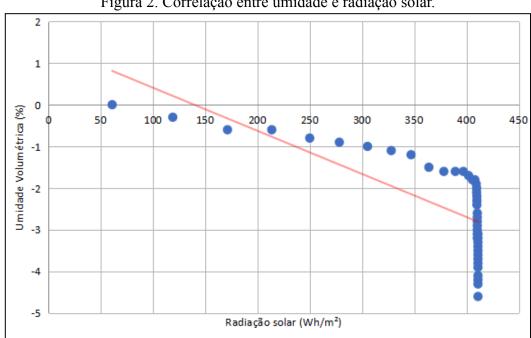


Figura 2. Correlação entre umidade e radiação solar.

Fonte: Autores, 2024.





0 50 100 150 200 250 300 -0.5 -1 Umidade Volumétrica (%) -2 -2.5 -3 -4 -4.5 -5 Temperatura (°C)

Figura 3. Correlação entre umidade e temperatura.

Fonte: Autores, 2024.

Em ambos os gráficos podemos ver que a inclinação da reta é bem acentuada, o que confirma a correlação negativa forte entre as variáveis. Essas linhas também nos dão indícios de que o R da reta na Figura 3 é relativamente maior, com mais predominância do que na Figura 2, em virtude da dispersão dos pontos.

Seguindo para a equação da RLM, ela ficará da seguinte forma:

PERDA DE
$$UMIDADE = \beta_0 + \beta_1 \cdot TEMPERATURA + \beta_2 \cdot RADIAÇÃO SOLAR + \mu$$

A RLM também foi realizada no *Excel* através de Dados > Análise de Dados > Regressão. O processo é feito pelo MMQ de maneira facilitada e agilizada, visto a prontidão da ferramenta tecnológica. As tabelas de resposta estão representadas na Figura 4.





Figura 4. Regressão Linear Múltipla da umidade em relação a radiação solar e temperatura.

Estatística de l	regressão							
R múltiplo	0,973							
R-Quadrado	0,946							
R-quad. ajustado	0,945							
Erro padrão	0,218							
Observações	85							
ANOVA								
	gl	SQ	MQ	F	F-significação			
Regressão	2	68,339	34,170	721,904	0			
Resíduo	82	3,881	0,047					
Total	84	72,220						
	Coeficientes	Erro pad.	Stat t	valor-P	95% inferiores	95% superiores	Inferior 95,0%	Superior 95,0%
Interseção	0,310	0,154	2,010	0,048	0,003	0,618	0,003	0,618
Temperatura	-0,010	0,0004	-26,170	0	-0,011	-0,010	-0,011	-0,010
Radiação solar	-0,004	0,0005	-8,266	0	-0,005	-0,003	-0,005	-0,003

Fonte: Autores, 2024.

Os resultados da RLM mostram novamente a correlação forte entre as variáveis independentes e a variável dependente, conforme indicado pelo R Múltiplo de 0,973. O modelo explica aproximadamente 94,6% da variabilidade na variável dependente, R-Quadrado de 0,946. O valor encontrado para F de significação no Teste da Anova, bem como o valor-P em todos os casos foi igual a 0 ou menor que 0,05, indicando que o modelo e os coeficientes são estatisticamente significativos a nível de 5% de probabilidade de erro.

Para cada unidade de aumento do coeficiente temperatura acumulada, a perda acumulada de umidade diminui em aproximadamente 0,010 unidades, enquanto que para cada unidade de aumento do coeficiente radiação acumulada, a perda acumulada de umidade diminui 0,004 unidades. O erro padrão das previsões do modelo é de 0,218.

Substituiu-se os coeficientes encontrados na equação original, cujo modelo para a situação apresentada definiu-se desta forma:

PERDA DE $UMIDADE = 0,31 - 0,010 \cdot TEMPER - 0,004 \cdot RADSOLAR + 0,218$

Também foi utilizado o Programa *RStudio* para rodar a regressão, onde carregando os dados e inserindo os comandos abaixo no *Console*, Figura 5, obteve-se os mesmos valores para os coeficientes, demonstrando que os resultados estão corretos.





Figura 5. Regressão Linear Múltipla no Programa RStudio.

```
Console Terminal × Background Jobs ×

R 84.4.1 · ~/ ~

> regressao <- lm(Perda_umidade ~ Temperatura + Radiacao_Solar, data = Dados)

> coefficients(regressao)
    (Intercept) Temperatura Radiacao_Solar
    0.310357372 -0.010452632 -0.003738373
```

Fonte: Autores, 2024.

Im() é a função utilizada para ajustar modelos lineares em R, acrescida da variável dependente, variáveis independentes e data = Dados que especifica a pasta utilizada contendo o conjunto de dados. O modelo ajustado é armazenado no objeto regressao e ao chamar o comando coefficients(regressao) ele extrai os coeficientes do modelo de regressão ajustado e mostra na tela.

Por fim, para avaliar a precisão do modelo proposto, foram simulados os dados de perda de umidade utilizando a equação baseada na temperatura e na radiação solar, no próprio *RStudio*. Os resultados foram então comparados com os dados reais coletados, permitindo uma análise detalhada da eficácia do modelo em prever a perda de umidade. A Figura 6, representa este comparativo.





0 Perda de Umidade Volumétrica (%) Legenda Prevista Real 20 40 60 80 Observações

Figura 6. Comparação entre Perda de Umidade Real e Prevista pelo Modelo.

Fonte: Autores, 2024.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo em vista o objetivo desta pesquisa, foi possível estabelecer um modelo matemático utilizando Regressão Linear Múltipla. As ferramentas Excel e RStudio se mostraram essenciais no processamento e análise dos dados. O modelo resultante explica 94,6% da variabilidade na variável dependente, perda de umidade do solo, com base nas variáveis independentes, temperatura acumulada e radiação solar acumulada. Esse alto coeficiente de determinação indica que o modelo é robusto e representa bem as condições observadas.

Os resultados mostraram que tanto a radiação solar quanto a temperatura são fatores significativos que influenciam a umidade do solo, com ambos contribuindo para sua redução. Observa-se que um aumento na temperatura está associado a uma diminuição mais pronunciada na umidade, sugerindo que o solo é particularmente sensível a variações térmicas. A compreensão desses fatores se mostra importante para a gestão eficiente da irrigação e a preservação dos recursos hídricos, especialmente em cenários de aquecimento global e mudanças climáticas.





REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARRETO, V. C. S.; BATISTELA, G. C.; GAIOTTO, M. R.; SIMÕES, D. Regressão linear múltipla aplicada ao preço do leite. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**. Bauru, v. 7, p. 109-118, 2016.

BUSKE, T. C. Comportamento da umidade do solo determinada por métodos expeditos. Dissertação de Mestrado, UFSM. Santa Maria, 2013.

COHEN, Jacob. Statistical power analysis for the behavioral sciences. 2.ed. New York: Erlbaum, 1988.

FILHO, F. D. B.; JÚNIOR, J. A. S. Desvendando os Mistérios do Coeficiente de Correlação de Pearson (r). **Revista Política Hoje**, Vol. 18, n. 1, 2009.

HELENE, O. **Métodos dos mínimos quadrados com formalismo matricial**: guia do usuário. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

MELO, M. C.; GUIMARÃES, L. M.; SILVA, P. L.; CAMARGO, D. D.; DRUMOND, L. C. D. Crescimento e produtividade de brachiaria adubada e irrigada por gotejamento subsuperficial. **Irriga**. Botucatu, v. 25, n. 1, p. 112-130, 2020.

PEREIRA, A. S.; MANOSSO, T. W. S.; FOSSATTI, E. C.; BERTI, S. M. **Regressão Linear Múltipla**: Como simplificar por meio do Excel e SPSS?. Passo Fundo, 2019.

RADIN, B; MATZENAUER, R. Uso das informações meteorológicas na agricultura do Rio Grande do Sul. **Revista Agrometeoros**. Passo Fundo, v.24, n.1, p.41-54, 2016.

RICHARDS, L.A. Capillary conduction of liquids through porous mediums. **Revista Physics**. v.54, n 6, p. 318-333, 1931.

SIMUNEK, J.; GENUCHTEN, M.; SEJNA, M. Development and applications of the HYDRUS and STANMOD software packages and related codes. **Vadose Zone Journal**. p. 587-600, 2008.

STANTON, J. M. Galton, Pearson, and the peas: A brief history of linear regression for statistics instructors. **Journal of Statistical Education**, vol.9, n.3, 2001.

VIONE, M. T. **Modelagem matemática da evaporação da água do solo**. Dissertação de Mestrado, Unijuí. Ijuí, 2007.