



used to extract sensor data. Sensor readings were conducted using the Arduino IDE software, and the temperature behavior curves were plotted using MATLAB. The results obtained are consistent with the literature and demonstrate that Newton's model can accurately represent the dynamic temperature behavior of a fluid in a double-walled vacuum-insulated thermal bottle.

Keywords: Mathematical Model, Newton's Law, Temperature Problem, Thermal Bottle.

INTRODUÇÃO

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) servem como uma estrutura matemática fundamental com imensa versatilidade e aplicabilidade em diversos domínios. Elas representam um enorme impacto em nossas vidas cotidianas, porém, são pouco notadas (ZHENG, 2023). De acordo com Zheng (2023) e Anton (2000), as EDOs estão presentes nos algoritmos de previsão do tempo, na música, na economia, nas redes neurais artificiais (RNAs) e inteligências artificiais (IAs), nos celulares e seus programas, entre muitos outros.

As equações diferenciais como um todo abrem um vasto leque de possibilidades para estudo e investigação. As EDOs, principalmente as de primeiro grau, possuem uma ampla gama de aplicações e são essenciais para a resolução e análise de diversos problemas, tornando-as ferramentas fundamentais para o desenvolvimento da matemática contemporânea. Como exemplo, a lei de Newton para resfriamento/aquecimento de fluidos, que envolve poucas incógnitas e incertezas, é eficaz na solução de problemas de temperatura que vão desde situações simples até as mais complexas (STEWART; CLEGG; WATSON, 2020).

As garrafas térmicas de isolamento a vácuo de parede dupla vem se destacando no mercado devido à sua superioridade de conservação de energia térmica quando comparada aos modelos já existentes, como as ampolas de vidro, por exemplo. De acordo com o experimento realizado por Capolupo et al. (2024), no qual os autores realizaram testes para avaliar a isolamento térmica, ou seja, a condutividade térmica de um invólucro de alto vácuo (pressão inferior à 10^{-6} milibares) com uma camada de alumínio cobrindo o tubo de aço inoxidável em teste (parede dupla). Essa solução aproveita a alta refletividade da camada de alumínio, que retém a radiação emitida pelo tubo, atuando como uma barreira de radiação. Os resultados mostraram uma redução cinco vezes maior nas perdas de radiação térmica em comparação com as soluções tradicionais.



selecionada uma garrafa térmica a vácuo de parede dupla comercial, um sensor de temperatura à prova d'água modelo DS18B20 e o microcontrolador Arduino Uno R3 para coletar os dados do sensor em tempo real. Em seguida, foram realizadas simulações computacionais para analisar o comportamento da temperatura da água durante o período de resfriamento dos 100°C até os 60°C através do software MATLAB/Simulink.

Por fim, são apresentados os resultados da pesquisa e são discutidas algumas considerações.

EMBASAMENTO TEÓRICO

A isolamento térmica é crucial para a entrega, produção, coleta ou armazenamento de calor a altas temperaturas. Atualmente, essa isolamento é obtida através do uso de materiais de baixa condutividade térmica, como lã de rocha, fibra de vidro, poliuretano, poliestireno e aerogel. No entanto, desempenhos melhores podem ser alcançados ao adotar a tecnologia a vácuo de parede dupla, pois assim as perdas por condução são eliminadas, e o mecanismo de transferência de calor por radiação representa o único mecanismo de perda (CAPOLUPO et al., 2024).



Figura 1 - Garrafa térmica a vácuo de parede dupla. **Fonte:** Google (2024).



De acordo com Corrêa e Aguirre (2004), um modelo matemático de um sistema real é uma representação matemática análoga que captura algumas das características observadas de tal sistema. Esses modelos ajudam a entender o funcionamento do sistema ou a prever como ele deve se comportar, permitindo ajustes na estrutura ou no comportamento do mesmo conforme a necessidade, sendo que quanto mais precisas as condições de operação, mais próximo da realidade será o modelo elaborado.

Existem várias abordagens para criar modelos matemáticos, incluindo modelagem caixa-branca, caixa-preta e caixa-cinza (CORRÊA; AGUIRRE, 2004). Para este trabalho, está sendo considerada a modelagem caixa preta, não exigindo conhecimento detalhado do sistema ou das leis físicas que o regem.

■ Caixa-Preta

- Refere-se a testes que são conduzidos na interface do software. Um teste de caixa-preta examina algum aspecto fundamental do sistema pouco se preocupando com a estrutura lógica interna do software.



Figura 2 - Descrição do modelo caixa-preta. **Fonte:** Google (2024).

Vários modelos são capazes de simular matematicamente a troca de calor entre os diferentes estados físicos da matéria (sólido, líquido e gasoso), como as equações de Fourier, que modela como o calor se propaga em sólidos, como em paredes de edifícios ou em barras metálicas, e o modelo de troca de calor radiativo, que utiliza as leis de Stefan-Boltzmann e as equações de radiação de corpo negro (KÉZI, 2023). Para este estudo, será contemplado o modelo de resfriamento de Newton. Tal modelo envolve a análise da perda de calor de objetos para seus arredores utilizando equações diferenciais separáveis, tornando-se aplicável em vários cenários, como o resfriamento de metal em um ambiente amplo ou o de café ou água em uma sala (KÉZI, 2023).



RESULTADO E DISCUSSÕES

Primeiramente, foi elaborado um código (*script*) no software Arduino IDE possibilitando receber os dados do sensor de temperatura à prova d'água DS18B20 através do microcontrolador Arduino Uno R3. Feito isto, o circuito foi montado conforme figuras 4-a e 4-b.

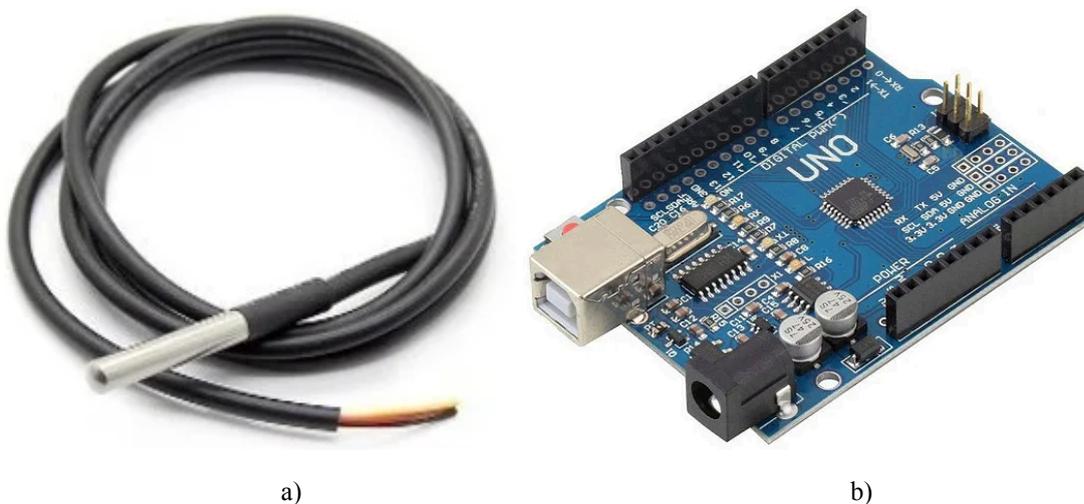


Figura 3-a) Sensor de temperatura à prova d'água modelo DS18B20. **Fonte:** Amazon (2024). 3-b) Microcontrolador Arduino Uno R3. **Fonte:** Amazon (2024).

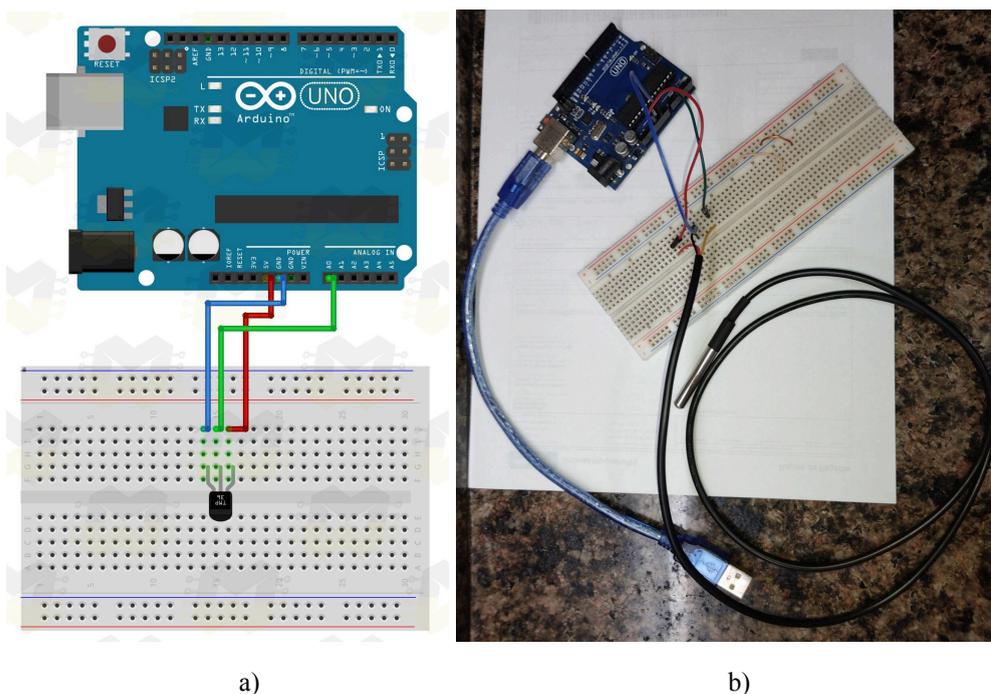


Figura 4-a) Montagem da protoboard idealizada. **Fonte:** Blog Masterwalker (2024). 4-b) Montagem da protoboard prática. **Fonte:** Autor (2024).



Como teste, foi lido o valor da temperatura ambiente, valor que coincidiu com o do termômetro de parede existente no local de teste e, por questão de reforço, também foi medida a temperatura de um líquido levemente aquecido, cuja temperatura um termômetro digital marcou $46,3^{\circ}\text{C}$ e o sistema de medição de temperatura elaborado pelo autor marcou $46,4^{\circ}\text{C}$. Isto é, o sistema apresentou uma diferença na medida de temperatura aferida por ele e na do termômetro digital de $0,1^{\circ}\text{C}$, diferença que, para os objetivos deste trabalho, é insignificante, ainda mais levando em conta o fato de que os equipamentos de medição de temperatura também apresentam erros de $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$, o que torna o sistema projetado confiável (AGENCIAPLIM_ADFG5, 2018).

Para se obter os dados experimentais, os testes foram realizados em ambiente climatizado a uma temperatura constante de aproximadamente 22°C e duraram cerca de cinco dias. Para o experimento, a água foi aquecida até uma temperatura de 100°C através de um ebulidor de água elétrico e, posteriormente, foi deixada resfriar até a temperatura de 60°C , sendo este procedimento repetido três vezes e extraído a média aritmética dos resultados para se obter uma precisão maior para o modelo.



a)



b)

Figura 5-a) Ebulidor de água elétrico comercial. **Fonte:** Amazon (2024). 5-b) Equipamentos utilizados para teste. **Fonte:** Autor (2024).

É importante notar que para tampar a garrafa térmica durante os testes, foi criado uma espécie de rolha de isopor com um furo no meio para possível locação do sensor de



temperatura de um corpo é proporcional à diferença entre a sua temperatura e a temperatura do meio ao seu redor, ou seja, a temperatura ambiente. Isso pode ser expresso pela equação:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_m)$$

sendo que a solução desta equação diferencial que constitui o modelo de resfriamento/aquecimento de Newton é dada por:

$$T = Ce^{\pm kt} + T_m$$

onde dt/dT é a taxa de variação da temperatura do corpo de prova em relação ao tempo, T é a temperatura do corpo de prova em graus celsius ($^{\circ}\text{C}$), T_m é a temperatura do ambiente em graus celsius ($^{\circ}\text{C}$), t é o tempo em minutos (min), C é a constante que depende da condição inicial da temperatura do corpo ($^{\circ}\text{C}$) e k que é a constante de proporcionalidade, que representa a taxa de resfriamento (negativo) ou aquecimento (positivo) e é dependente das propriedades do corpo e do meio.

Com esta solução, é possível utilizar os dados experimentais de temperatura e tempo para determinar o valor das constantes C e k . Com essas constantes definidas, é possível estimar o tempo necessário para que a água atinja qualquer temperatura almejada e também pode-se gerar a curva de resfriamento da água ao decorrer do tempo.

Utilizando os dados tabelados no quadro 1, obtém-se que para este estudo a constante C equivale à temperatura de 78°C , enquanto a constante de proporcionalidade k possui o valor de $0,0003424394$. Com essas informações, obteve-se a curva demonstrada na figura 6.

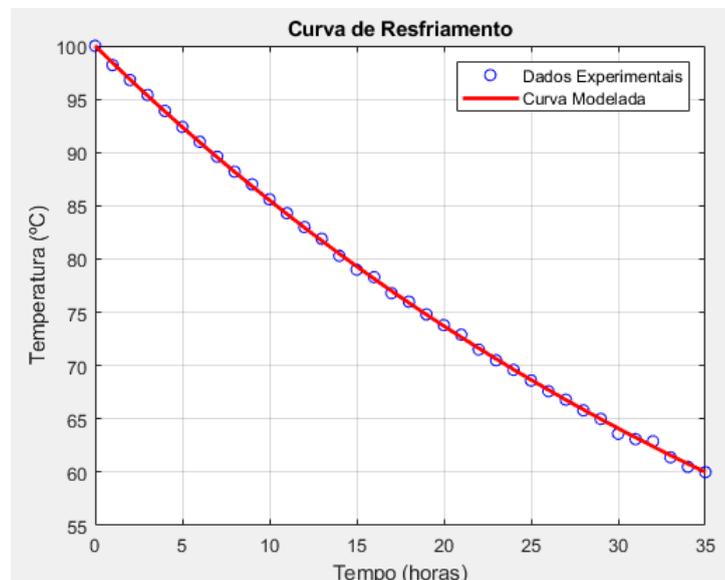


Figura 6 - Curva de resfriamento modelada junto aos dados experimentais. Fonte: Autor (2024).



Como pode ser observado na figura 6, o modelo projetado funciona como o esperado e apresenta resultados satisfatórios, visto que a curva de resfriamento do líquido representa aquilo que foi observado nos experimentos realizados com a garrafa térmica de isolamento a vácuo de parede dupla. Para demonstrar melhor o comportamento da curva de resfriamento durante o tempo, foi aumentado o tempo de simulação para 300 horas, para que esta se aproxime da temperatura ambiente.



Figura 7 - Curva de resfriamento do líquido em 300 horas de simulação. Fonte: Autor (2024).

Com o aumento do tempo de simulação, observa-se que a curva torna-se basicamente constante à medida que se aproxima da sua temperatura limite, que são os 22°C. Isto decorre do fato de que o modelo de resfriamento/aquecimento elaborado por Newton utiliza um decaimento exponencial, e por isso a temperatura do líquido nunca será exatamente a mesma que a temperatura ambiente, acarretando em uma limitação para esse modelo (STEWART; CLEGG; WATSON, 2020).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O modelo projetado atende aos objetivos propostos por este trabalho e representa com acuidade a metodologia de resfriamento de um fluido líquido. A simulação via software apresentou comportamento similar aos dados experimentais, sendo que as diferenças entre



simulação e aferição real podem ser atribuídas à consideração da temperatura ambiente como constante, quando na realidade essa varia mesmo com o ambiente climatizado, e também aos equipamentos utilizados, visto que todos possuem uma pequena faixa de erro tornando o resultado muito próximo, porém nunca 100% preciso e condizente a realidade (OLU-LAWAL et al., 2024).

Ainda, os resultados obtidos demonstram que as equações diferenciais, tais como as EDOs, são capazes de auxiliar no entendimento de várias atividades cotidianas, fornecendo modelos que remetem com precisão a fenômenos reais, tal como o resfriamento de um fluido. Porém, é importante notar que os modelos, assim como o utilizado neste trabalho, possuem limitações, e por isso é necessário realizar experimentos e simulações para confirmar a veracidade do modelo e se este atende ao que está sendo proposto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGENCIAPLIM_ADFG5. **Guia Prático para determinar o erro máximo permissível de um termômetro - ACC Metrologia.** Disponível em: <<https://accmetrologia.com.br/guia-pratico-para-determinar-o-erro-maximo-permissivel-de-um-termometro/>>. Acesso em: 4 ago. 2024.

ANTON, H. **Cálculo, um novo horizonte.** 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

CAPOLUPO, F. et al. **Design and thermal test of high-vacuum insulator for heat delivery pipes.** Journal of Physics Conference Series, v. 2685, n. 1, p. 012057–012057, 1 jan. 2024.

CORRÊA, M. V.; AGUIRRE, L. A. **Identificação não-linear caixa-cinza: uma revisão e novos resultados.** Controle & Automação, v. 15, n. 2, p. 109–126, 1 jun. 2004.

KÉZI, Csaba. **Teaching the Analysis of Newton's Cooling Model to Engineering Students.** International Journal of Engineering and Management Sciences, 2023, 8.2: 63-68, 2023.

