

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

PREDIÇÃO DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS: UMA PERSPECTIVA EXPLORATÓRIA VIA AJUSTE DE CURVAS E O TEOREMA DE PASCAL¹

Douglas Joziel Bitencourt Freitas², Rita Salete Kusiak³, Paulo Sérgio Sausen⁴, Airam Tereza Zago Romcy Sausen⁵.

¹ Pesquisa desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle da Unijuí.

² Mestrando em Modelagem Matemática, Unijuí, bolsista Capes, douglasjoziel@outlook.com.

³ Mestranda em Modelagem Matemática, Unijuí, bolsista Capes, ritinha.kusiak@yahoo.com.br.

⁴ Prof. Dr. do PPG em Modelagem Matemática, Unijuí, orientador, paulosausen@gmail.com.

⁵ Prof^a. Dr^a. do PPG em Modelagem Matemática, Unijuí, coorientadora, airamsausen@gmail.com.

1 INTRODUÇÃO

Baterias recarregáveis, utilizadas em dispositivos móveis – e.g., celulares, smartphones, tablets, notebooks, entre outros, têm capacidade finita de armazenamento de energia, necessitando a cada período de uso, uma recarga. Dispor de métodos para predizer o tempo de vida de baterias é de vital importância, tanto à estimativa do tempo de autonomia de dispositivos móveis, quanto ao desenvolvimento de novas tecnologias com maior capacidade energética. Na literatura, uma das maneiras apresentadas para realizar tal predição é através da utilização das técnicas de modelagem matemática.

Modelos matemáticos que descrevem o processo dinâmico de descarga de baterias, por conseguinte, seu tempo de vida, vêm sendo propostos, estudados e aprimorados ao longo das últimas décadas. Em geral, estes modelos têm o desenvolvimento baseado na modelagem das leis físicas que regem o processo de descarga de baterias. Inserido neste contexto, o Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (Unijuí), tem realizado estudos e aplicações dos principais modelos encontrados na literatura, para predizer o tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis, dos quais destacam-se os modelos analíticos (SILVA, 2013), elétricos (BRONDANI, 2015), via Identificação de Sistemas (KUHN, 2014) e híbridos (FRANSOZI, 2015).

No estudo de fenômenos dinâmicos, realizado através de dados experimentais, em diversas situações são observadas grandezas que relacionam-se entre si – e.g., o tempo de vida de uma bateria versus o perfil da corrente de descarga. Frequentemente, deseja-se obter e expressar essa relação sob forma matemática, por meio de um modelo matemático que conecte as variáveis; ou seja, determinar a relação funcional $y = f(x)$ correspondente dentro de um determinado domínio de definição de f . Um dos métodos de expressar alguma relação ou tendência entre duas grandezas, a partir de um conjunto de dados experimentais, é o ajuste de curvas, também chamado de curvas de regressão (CHUQUIPOMA, 2012).

Por definição, o ajuste de curvas “é um mecanismo ou artifício que fornece uma relação funcional de uma variável dependente y quando relacionada com a variável independente x ”

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

(CHUQUIPOMA, 2012, p. 28). Em contraste à modelagem física de um fenômeno dinâmico, esta técnica é muito útil na formulação simplificada de modelos, obtidos somente a partir de dados experimentais. Um ajuste de curvas consiste, a priori, em determinar a forma da curva que deseja-se obter, observando o diagrama de dispersão de pontos dos dados experimentais.

Assim, o presente trabalho tem por objetivo apresentar uma alternativa à formulação dinâmica do processo de descarga de baterias, aplicando o método de ajuste de curvas à equação geral das cônicas (em particular, às hipérbolas), utilizando conceitos geométricos elementares do teorema de Pascal, visando prever o tempo de vida de baterias de Lithium-Ion Polymer (Li-Po). Como apoio computacional para implementação do ajuste de curvas, utilizou-se o sistema de computação algébrica Maple, desenvolvido pela Universidade de Waterloo. Além disso, é apresentado também uma comparação analítica entre os resultados obtidos através do ajuste de curvas e um conjunto de dados experimentais, adquiridos a partir de uma plataforma de testes (i.e., testebed), desenvolvida por integrantes do GAIC.

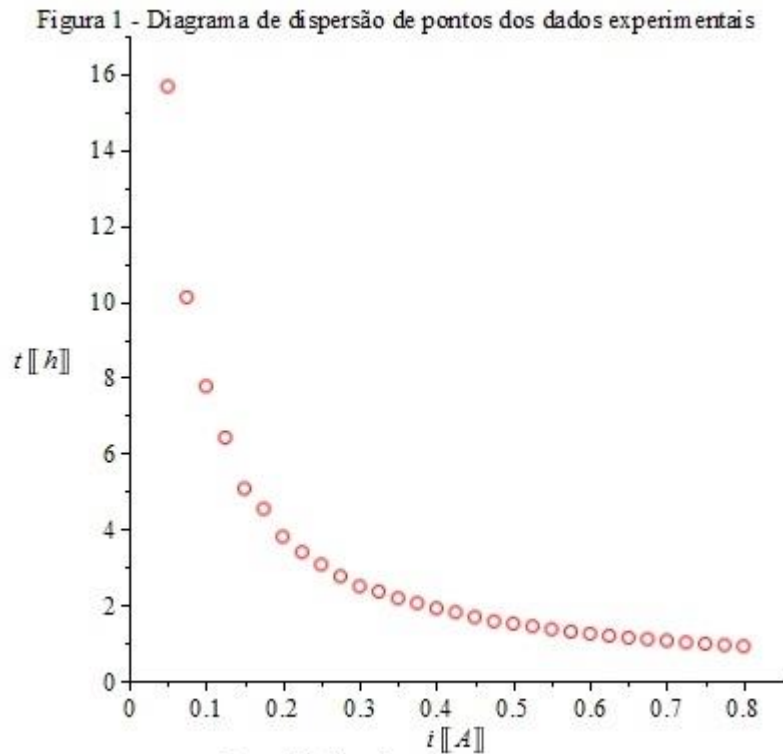
2 METODOLOGIA

2.1 Aquisição de dados experimentais

O processo de coleta de dados experimentais constitui uma parte essencial para obtenção de uma relação funcional utilizando o método de ajuste de curvas. Neste trabalho, a aquisição de dados foi feita através da plataforma de testes localizada no Laboratório de Sensores Inteligentes, do GAIC. Esta plataforma opera de forma autônoma e flexível, a fim de capturar a curva característica de descarga de uma bateria (NONEMACHER et al., 2010). Nos ensaios em laboratório, foram utilizadas oito baterias novas de Li-Po, modelo PL-383562-2C, sendo que todas as coletas de dados seguiram a mesma metodologia, tanto para o carregamento quanto para a descarga das baterias.

Neste trabalho, foram utilizados 31 perfis de descarga com correntes constantes (i), em Ampère, variando de 0,05 A a 0,8 A, com intervalo entre perfis de 0,025 A. Cada um dos perfis gerou, respectivamente, de modo individual, um tempo de descarga para cada bateria. A partir do conjunto de dados experimentais adquirido, foi possível calcular as médias de tempo de vida (t), em horas, para cada perfil de descarga contínua; quando dispostos em um plano em IR^2 , geram um diagrama de dispersão de pontos dos dados experimentais (cf., Figura 1).

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa



2.2 Aplicação do ajuste de curvas

Da observação do diagrama de dispersão (cf., Figura 1), percebe-se visualmente que a relação funcional apresenta características semelhantes àquelas de uma curva cônica. Por hipótese, admite-se que a curva que descreve a relação funcional seja, inicialmente, expressa por uma hipérbole, cuja equação mais geral é dada por

$$Ai^2 + Bit + Ct^2 + Di + Et + F = 0, \quad (1)$$

com $A, B, C, D, E, F \in \mathbb{R}$, sendo A, B e C não simultaneamente nulo; onde i é a corrente de descarga, em Ampère, e t é o tempo de vida, em horas. A equação (1) será a equação característica de uma hipérbole se $B^2 - 4AC > 0$.

Sabendo-se, a priori, o tipo de equação que descreve a curva, é possível determinar suas constantes, mediante a escolha de tantos pontos $P = (i, t)$ quantas sejam as constantes (n) a

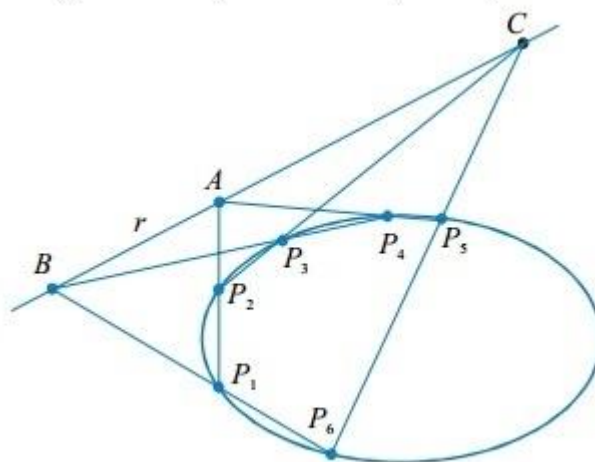
Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

determinar; neste caso, são ao todo seis constantes ($n = 6$), a saber: A, B, C, D, E, F. Construindo seis equações, substituindo cada um dos pontos dados, neste caso, será necessário utilizar um método de otimização linear para minimizar os valores das constantes – e.g., o Método dos Mínimos Quadrados. Entretanto, é possível obter uma outra solução para o problema, utilizando apenas cinco pontos, mediante o teorema de Pascal (WELLS, 1991).

2.2.1 O teorema de Pascal

O teorema de Pascal (1623-1662), físico, matemático e filósofo francês, pode ser enunciado da seguinte maneira: “Em um hexágono inscrito em uma cônica as retas que contiverem os lados opostos interceptam-se em pontos colineares” (ANDRADE, 2001, p. 18). Para evitar ambiguidades, define-se lados opostos como sendo os lados que estão separados por dois outros lados, deste modo, não importa se o polígono hexagonal é convexo ou côncavo. Este teorema é a base do funcionamento de um algoritmo para a construção de uma cônica que passa por cinco pontos dados, desde que quaisquer deles não sejam colineares.

Figura 2 - Construção de uma cônica por cinco pontos



Fonte: (ANDRADE, 2001, p. 19).

Dados os pontos P_1 , P_2 , P_3 , P_4 e P_5 , deseja-se obter um outro ponto P_6 de uma cônica (cf., Figura 2). Seja o ponto A definido na interseção das retas P_1P_2 e P_4P_5 . Considera-se uma reta r qualquer, passando pelo ponto A; o ponto B é definido na interseção das retas r e P_3P_4 , e o ponto C é definido na interseção das retas r e P_2P_3 . O sexto ponto da cônica (i.e., P_6) é definido na interseção das retas BP_1 e CP_5 . Girando a reta r em torno do ponto A, obtêm-se todos os pontos da cônica (ANDRADE, 2001).

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

Este algoritmo de construção é descrito analiticamente, em Álgebra Linear, pelo método de Braikenridge-Maclaurin (WELLS, 1991), cuja equação matricial é dada por

$$\begin{vmatrix} i^2 & it & t^2 & i & t & 1 \\ i_1^2 & i_1 t_1 & t_1^2 & i_1 & t_1 & 1 \\ i_2^2 & i_2 t_2 & t_2^2 & i_2 & t_2 & 1 \\ i_3^2 & i_3 t_3 & t_3^2 & i_3 & t_3 & 1 \\ i_4^2 & i_4 t_4 & t_4^2 & i_4 & t_4 & 1 \\ i_5^2 & i_5 t_5 & t_5^2 & i_5 & t_5 & 1 \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

O determinante descrito pela equação (2) está implementado no Maple, através do pacote geometry, mais especificamente, na função hyperbola, a qual determina a equação de uma hipérbole, dados cinco pontos iniciais (REDFERN, 2012). A solução obtida será uma equação análoga a equação (1), sendo que, explicitando a variável t à esquerda, obtém-se

$$t = \frac{-Bi - E + \sqrt{-4ACi^2 + B^2i^2 + 2BEi - 4CDi - 4CF + E^2}}{2C}, \quad (3)$$

que é a expressão funcional que relaciona o tempo de vida (t) em função do perfil da corrente (i) de descarga de uma bateria.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da coleta dos dados experimentais, a estimação das constantes da equação (1) utilizou-se de cinco pontos escolhidos aleatoriamente, contemplando perfis de correntes altas, médias e baixas, conforme a Tabela 1.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

Tabela 1 – Dados para estimação das constantes

i [[A]]	t [[h]]
0,05	15,673
0,125	6,413
0,25	3,067
0,525	1,437
0,8	0,911

Fonte: Elaborado pelos autores.

A implementação computacional é simples. Em uma nova folha de trabalho no Maple, digita-se os comandos:

```
> with(geometry):
> point(P1, 0.05, 15.673): point(P2, 0.125, 6.413): point(P3, 0.25, 3.067): point(P4, 0.525, 1.437):
point(P5, 0.8, 0.911):
> hyperbola(h, [P1, P2, P3, P4, P5], [x, y]):
> Equation(h);
> isolate(%, y);
```

Assim, obtém-se que A = 2,471; B = 9,393; C = 0,0135; D = - 2,9127; E = - 0,3001; e, F = - 5,8351. Substituindo os valores das constantes na equação (1), e explicitando t à esquerda, encontramos uma expressão análoga a equação (2), dada por

$$t(i) = -347,775 i + 11,111 + 7,404 \cdot 10^{-9} \sqrt{2,202 \cdot 10^{21} i^2 - 1,370 \cdot 10^{20} i + 1,013 \cdot 10^{19}}, \quad (4)$$

onde i é a corrente de descarga, em Ampère, e t é o tempo de vida, em horas.

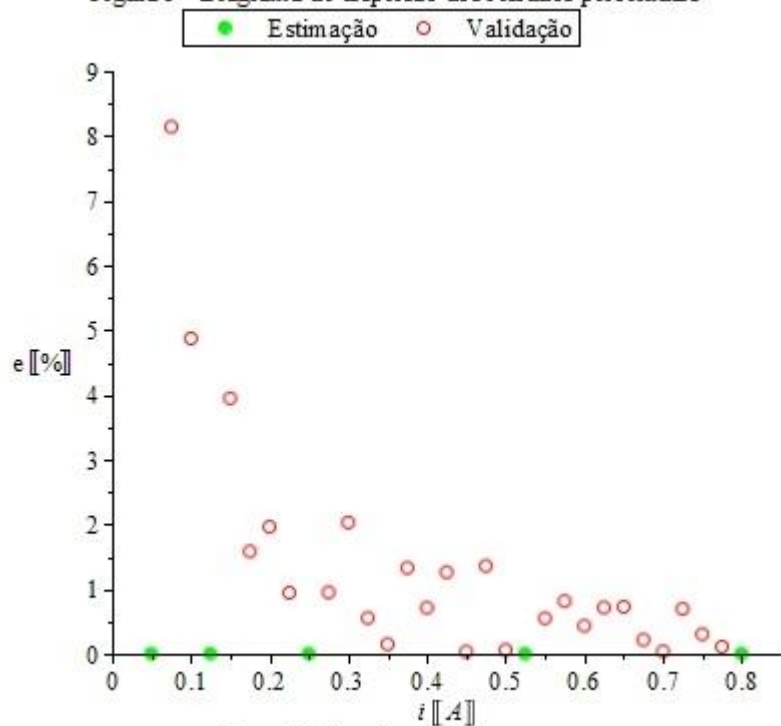
Com o restante do conjunto de dados experimentais (i.e., 26 perfis não empregados na estimação), calcula-se os erros sob a forma de resíduos percentuais (cf. Figura 3), visando validar o modelo apresentado. O erro médio encontrado para o modelo é de 1,32%, predizendo o tempo de vida da bateria (cf. Figura 4), segundo a literatura, com uma precisão aceitável (i.e., menor que 5%). Os resultados obtidos colocam o modelo apresentado muito próximo a faixa de acurácia de modelos mais robustos, como, por exemplo, os modelos híbridos (FRANSOZI, 2015).

O erro máximo do modelo descrito pela equação (4) é de 8,13%, para o perfil de descarga de 0,075 A; em contraponto, o erro mínimo é de apenas 0,03%, para o perfil de descarga de 0,45 A. Este fato ocorre em virtude da presença de efeitos não lineares no processo de descarga, os quais têm maior influência no tempo de vida da bateria para perfis de correntes baixas (SILVA, 2013).

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

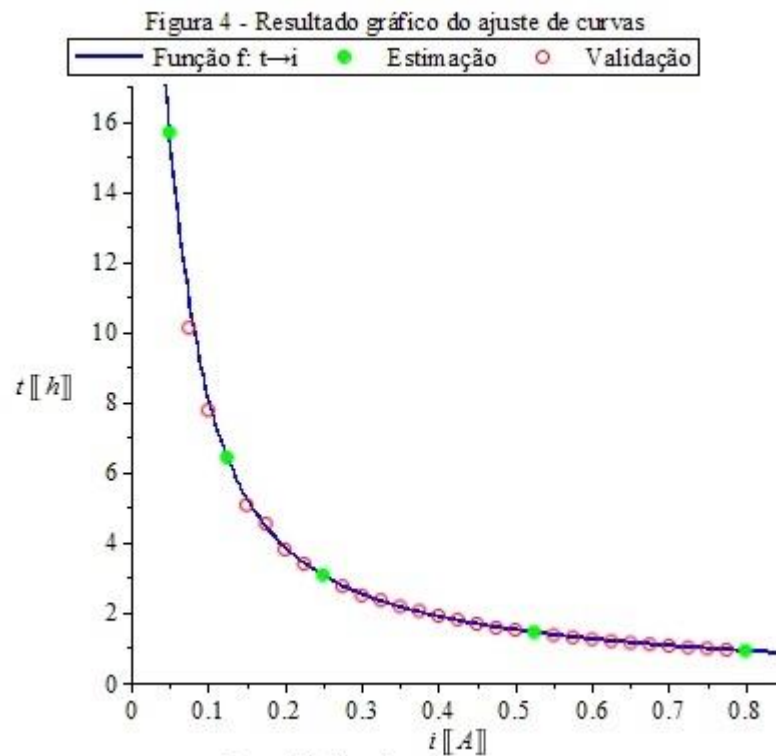
Por fugir do escopo do trabalho, os efeitos não lineares são totalmente desconsiderados, sendo o ajuste de curvas efetuado considerando apenas os dados experimentais.

Figura 3 - Diagrama de dispersão dos resíduos percentuais



Fonte: Elaborado pelos autores.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa



4 CONCLUSÕES

Através deste trabalho, verifica-se que o modelo apresentado utilizando as técnicas de ajuste de curvas, em combinação com o teorema de Pascal, é capaz de estabelecer a relação funcional entre o tempo de vida e o perfil de descarga de baterias de Li-Po. A aproximação entre a relação funcional obtida e os dados de validação, podem ser visualmente avaliados na Figura 4. O modelo possui um nível de acurácia dentro dos limites aceitáveis, tendo um erro médio de 1,32%, situando-se muito próximo aos resultados de modelos analíticos de alta acurácia. Como perspectivas de trabalhos futuros pretende-se comparar o modelo apresentado com modelos já estudados pelo GAIC. Além disso, deseja-se aplicá-lo a outros tipos de baterias, bem como avaliá-lo em perfis de correntes de descarga variáveis, visando analisar o seu comportamento neste cenário.

5 PALAVRAS-CHAVE

Modelagem matemática; geometria analítica; regressão de curvas; duração de baterias; dispositivos móveis.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

6 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes), pelo aporte financeiro, e à Unijuí, pela estrutura física oferecida.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, L. N. A construção de cônicas e o teorema de Pascal. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, ano 15, n. 45, p. 17-20, set. 2001. Disponível em: < http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM45/RPM45_03.PDF >. Acesso em: 8 jun. 2015.

BRONDANI, M. F. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero utilizando algoritmos genéticos. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

CHUQUIPOMA, J. A. D. Modelagem matemática. São João del-Rei: UFSJ, 2012. Disponível em: < https://matematicaufsj.files.wordpress.com/2013/01/caderno_modmat2012.pdf >. Acesso em: 8 jun. 2015.

FRANSOZI, L. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero através de modelos híbridos. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

KUHN, I. Predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis: aplicação de uma metodologia para determinar a melhor ordem dos modelos em Identificação de Sistemas. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

REDFERN, D. The Maple handbook: Maple V, release 4. New York: Springer, 2012. Disponível em: < <https://books.google.com.br/books?id=WY7fBwAAQBAJ> >. Acesso em: 8 jun. 2015.

NONEMACHER, H. B. et al. Desenvolvimento de um testbed para avaliação de modelos matemáticos utilizados na predição do tempo de vida de baterias. In: CONGRESSO REGIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA NA ENGENHARIA, 24., 2010, Rio Grande. Anais... Rio Grande: Ed. Furg, 2010. p. 2-4.

SILVA, B. F. Método de procura em rede melhorado: uma proposta para a estimação dos parâmetros do modelo de Rakhmatov-Vrudhula. 2013. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2013.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XX Jornada de Pesquisa

WELLS, D. The Penguin dictionary of curious and interesting geometry. London: Penguin, 1991. Disponível em: < <http://pt.scribd.com/doc/190072346/Penguin-Dictionary-of-Curious-and-Interesting-Numbers#scribd> >. Acesso em: 8 jun. 2015.