

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

## **ESTUDO E APLICAÇÃO DE MODELOS ANALÍTICOS PARA A PREDIÇÃO DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS QUE ALIMENTAM DISPOSITIVOS MÓVEIS<sup>1</sup>**

**Alisson Vercelino Beerbaum<sup>2</sup>, Airam T. Z. R. Sausen<sup>3</sup>, Eduardo Cardoso Toniazzo<sup>4</sup>, Joelson Lopes Da Paixão<sup>5</sup>, Paulo S. Sausen<sup>6</sup>.**

<sup>1</sup> Projeto de pesquisa realizado no Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC) da UNIJUI

<sup>2</sup> Aluno do Curso de Licenciatura em Matemática. Bolsista PIBIC-UNIJUI - a.v.beerbaum@gmail.com

<sup>3</sup> Professora Dra. no Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUI, orientadora - airamsausen@gmail.com

<sup>4</sup> Aluno do Curso de Engenharia Elétrica. Bolsista PIBIC-CNPQ - eduardotoniazzo29@gmail.com

<sup>5</sup> Aluno do Curso de Engenharia Elétrica. Bolsista PIBIC-CNPQ - jlopesdapaixao@gmail.com

<sup>6</sup> Professor Dr. no Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUI- paulosausen@gmail.com

### **INTRODUÇÃO**

Atualmente dispositivos eletro-portáteis vem ocupando cada vez maior espaço na sociedade, um dos motivos é a característica da mobilidade oferecida por tais dispositivos. Ressalta-se que a operacionalidade destes dispositivos está condicionada ao tempo de vida da bateria, ou seja, o tempo percorrido pela bateria para atingir um pré-determinado nível crítico de energia, também chamado de Nível de Cutoff (Schneider, 2010).

Neste contexto, torna-se imprescindível a realização de estudos sobre a predição do tempo de vida das baterias. Uma maneira de predizer este tempo de vida é através do uso de modelos matemáticos que simulam a descarga de energia nas mesmas. Na literatura, encontram-se vários modelos matemáticos com características distintas capazes de modelar as diferentes propriedades relacionadas a cada tipo de bateria.

Neste trabalho é apresentado o estudo e análise comparativa entre dois modelos analíticos usados na predição do tempo de vida de uma bateria para cargas constantes: a Lei de Peukert e o modelo de difusão de Rakhmatov e Vrudhula (Rakhmatov, Vrudhula, 2001). Salienta-se que a escolha dos modelos matemáticos utilizados neste trabalho foi escolhida devida a características pré-determinadas como acurácia e fácil implementação.

### **METODOLOGIA**

Neste trabalho, é apresentado um estudo baseado nos modelos analíticos de baterias encontrados na literatura técnica, afim de predizer o tempo de vida de baterias usadas em dispositivos móveis. Ao estudar os modelos citados, fora dada ênfase nos modelos analíticos de Rakhmatov e Vrudhula e lei de Peukert.

O primeiro modelo foi escolhido em virtude de ser considerado simples e, por este motivo, muito utilizado e referenciados na literatura. Porém, em virtude de sua simplicidade, não considera os efeitos não-lineares que ocorrem durante a descarga da bateria, e que afeta significativamente a sua capacidade e tempo de vida. Já o segundo modelo, o de Rakhmatov-Vrudhula, foi escolhido em

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

virtude de considerar os efeitos não-lineares no processo de descarga da bateria e ser facilmente configurável para qualquer tipo de bateria.

Ambos modelos foram implementados na ferramenta computacional MATLAB onde foram realizados um conjunto de simulações computacionais considerando os parâmetros de uma bateria de íon-polímero (Li-Po), modelo PL383562-2C. Os resultados das simulações foram comparados com os resultados obtidos a partir de uma plataforma de testes desenvolvida junto ao Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC) da UNIJUI objetivando descobrir qual modelo é mais adequado para a estimação do tempo de vida de uma de baterias de íon-polímero (Li-Po).

### RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os modelos analíticos descrevem a bateria de uma maneira abstrata, onde suas principais características são modeladas utilizando um conjunto menor de equações, tornando-os mais fáceis de implementar quando comparados aos modelos eletroquímicos e elétricos (Sausen, 2008). Os modelos analíticos podem ser utilizados para cargas constantes ou variáveis, bem como para capturar os efeitos não-lineares das baterias (efeito da taxa de capacidade e efeito de recuperação). Além disto são computacionalmente eficientes e podem facilmente ser configurados para diferentes tipos de baterias. Nesta seção, são apresentadas a descrição das equações e o resultado das simulações e a comparação entre os modelos analíticos de Rakhmatov e Vrudhula e Lei de Peukert.

### MODELO DE DIFUSÃO DE RAKHMATOV E VRUDHULA

O modelo de difusão de Rakhmatov e Vrudhula (Schneider, 2010), descreve a evolução da concentração das espécies eletroativas no eletrólito, sendo utilizado para prever o tempo de vida de uma bateria a partir de uma corrente de descarga constante ou variável (Schneider, 2011). Observa-se que os processos químicos ocorridos em ambos os eletrodos são considerados idênticos, mas por simplificação de modelagem, apenas o fluxo em um deles é considerado. Este modelo captura os efeitos não-lineares que ocorrem durante um processo de descarga da bateria, e que afetam diretamente sua capacidade e seu tempo de vida. É também considerado de fácil implementação quando comparado com os demais modelos, em especial aos modelos eletroquímicos.

A difusão é considerada unidimensional em uma região de comprimento  $w$  do eletrólito. Seja  $C(x,t)$  a concentração de espécies eletroativas no tempo  $t[0, L]$  e na distância  $x[0,w]$  do eletrodo, quando uma bateria está completamente carregada, a concentração é constante através do comprimento do eletrólito, isto é,  $C(x, 0) = C^*$ , onde  $C^*$  representa a capacidade inicial da bateria (Rakhmatov, Vrudhula, 2003). A bateria é considerada descarregada quando  $C(0, t)$  é inferior ao nível de Cutoff. A evolução da concentração é descrita pelas Leis de Fick, dadas pelo sistema de Equações Diferenciais Parciais (EDP's), apresentado a seguir:

$$\begin{cases} -J(x, t) = D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \\ \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (1)$$

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

onde:  $J(x,t)$  é o fluxo de espécies eletroativas em função do tempo  $t$  e em função de uma distância  $x$  do eletrodo,  $D$  é a constante de difusão, e  $C(x,t)$  é a função concentração de espécies eletroativas no tempo  $t[0,L]$  e na distância  $x[0,w]$ . Para uma bateria completamente carregada (i.e.,  $t = 0$ ), a concentração de espécies eletroativas é constante no comprimento do eletrólito, proporcionando a seguinte condição inicial:

$$C(x, 0) = C^*. \quad (2)$$

A bateria é considerada descarregada quando  $C(0,t)$  é inferior ao nível de Cutoff. De acordo com a Lei de Faraday, o fluxo de espécies eletroativas na superfície do eletrodo ( $x = 0$ ) é proporcional à corrente  $i(t)$ . Por outro lado, por simplificação de modelagem, o fluxo na extremidade  $x = w$  é considerado zero. Estas suposições fornecem as seguintes condições de fronteira:

$$\frac{i(t)}{vFA} = D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (3)$$

$$0 = D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=w} \quad (4)$$

onde:  $A$  é a área da superfície do eletrodo,  $F$  é a constante de Faraday, e  $v$  é o número de elétrons envolvidos na reação eletroquímica na superfície do eletrodo. A partir de manipulações matemáticas, descritas em Rakhmatov e Vrudhula (2003), obtém-se uma solução analítica para o sistema de EDP's, apresentado na equação (1), que relaciona o tempo de vida  $L$  para um perfil de descarga  $i(t)$  com os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  que necessitam ser estimados, dada pela expressão geral:

$$\alpha = \int_0^L \frac{i(U)}{\sqrt{L-U}} dU + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L \frac{i(U)}{\sqrt{L-U}} e^{-\frac{\beta^2 n^2}{(L-U)}} dU, \quad (5)$$

onde:  $\alpha$  relaciona-se com a capacidade da bateria,  $\beta$  relaciona-se com o comportamento não-linear da bateria,  $L$  é o tempo de vida da bateria e  $i(U)$  é o perfil de descarga.

LEI DE PEUKERT

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

A lei de Peukert, foi apresentada pelo alemão Wilhelm Peukert em 1897, a qual demonstra a capacidade de uma bateria em termos da taxa de capacidade à qual ela é descarregada. Como a taxa aumenta, a capacidade disponível da bateria diminui. Para o cálculo do tempo de vida de baterias, utilizando carga constante, utiliza-se a equação (6).

$$L = \frac{a}{i^b} \quad (6)$$

onde  $I$  é a corrente de descarga,  $a$  e  $b$  são parâmetros que precisam ser estimados, com o auxílio de dados experimentais, e  $L$  é o tempo de vida aproximado da bateria.

Diante destas descrições, apresenta-se como resultado parcial deste trabalho uma comparação entre os resultados das simulações a partir dos modelos matemáticos (modelos de difusão de Rakhmatov e lei de Peukert) para os tempos de vida de uma bateria de Lítio Íon Polímero, e os resultados experimentais obtidos a partir da plataforma de testes. Para realizar a simulação destes modelos, foi necessário estimar os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  do modelo de Rakhmatov e Vrudhula, bem como os parâmetros  $a$  e  $b$  da Lei de Peukert. Então, através da média dos tempos obtidos nos testes experimentais, e utilizando técnicas computacionais, foram descobertos os seguintes valores para os parâmetros:  $\alpha = 3,1803$  e  $\beta = 2,6559 \times 10^4$ ;  $a = 5,1133 \times 10^4$  e  $b = 1,0204$ .

A partir destes dados e do perfil de correntes de descarga utilizado nos testes experimentais, foram realizadas simulações utilizando os modelos de Rakhmatov e Vrudhula e Lei de Peukert.

A partir da análise dos resultados apresentados nas Tabelas 1 e 2, pode-se concluir que o modelo de Rakhmatov e Vrudhula e a Lei de Peukert apresentaram resultados satisfatórios (Fig.1), com erros medidos de 1,18% (Tabela 1) e 1,43% (Tabela 2).

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

Tabela 1 - Resultado Simulações Modelo de Rakhmatov-Vrudhula

Perfis	Simulação Plataforma	Simulações Modelo de Rakhmatov-Vrudhula		
	Tempo (min)	Tempo (min)	Erro (min)	Erro (%)
50	945,1	986,2	41,1	4,35
100	462,6	472,2	9,6	2,08
150	308,1	311,9	3,8	1,23
200	228,3	232,9	4,6	2,01
300	151,6	154,1	2,5	1,65
400	116	114,7	1,3	1,12
500	91,6	91,1	0,5	0,55
600	75,7	75,3	0,4	0,53
700	64,4	64,1	0,3	0,47
800	55,5	55,7	0,2	0,36
<b>Erro Med. (%)</b>				<b>1,18</b>

Comparando os resultados de simulação do modelo de Rakhmatov e Vrudhula com a Lei de Peukert, conclui-se que ambos modelos apresentaram resultados próximos, sendo que o modelo de Rakhmatov e Vrudhula apresenta melhores resultados quando consideradas correntes de descarga altas, enquanto a Lei de Peukert apresenta melhores resultados para correntes de descarga mais baixas o que condiz com os resultados apresentados no trabalho de Schneider (2011).

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

Tabela 2 - Resultado Simulações Modelo de Lei de Peukert

Perfis	Simulação Plataforma	Simulações Modelo de Rakhmatov-Vrudhula		
	Tempo (min)	Tempo (min)	Erro (min)	Erro (%)
50	945,1	922,67	22,47	2,38
100	462,6	461,26	1,39	0,3
150	308,1	307,48	0,6	0,2
200	228,3	230,59	2,27	1
300	151,6	153,71	2,1	1,39
400	116	115,28	0,7	0,58
500	91,6	92,22	0,69	0,73
600	75,7	76,84	1,14	1,51
700	64,4	65,86	1,51	2,35
800	55,5	57,63	2,14	3,87
<b>Erro Med. (%)</b>				<b>1,43</b>

Assim, considerando apenas correntes de descarga constantes, conclui-se que o modelo mais adequado para predição do tempo de vida da bateria tipo íon-polímero (Li-Po), modelo PL383562-2C, considerando os modelos aqui implementados e testados, é o modelo de Rakhmatov e Vrudhula com um erro médio de 1,18%.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

## Resultados

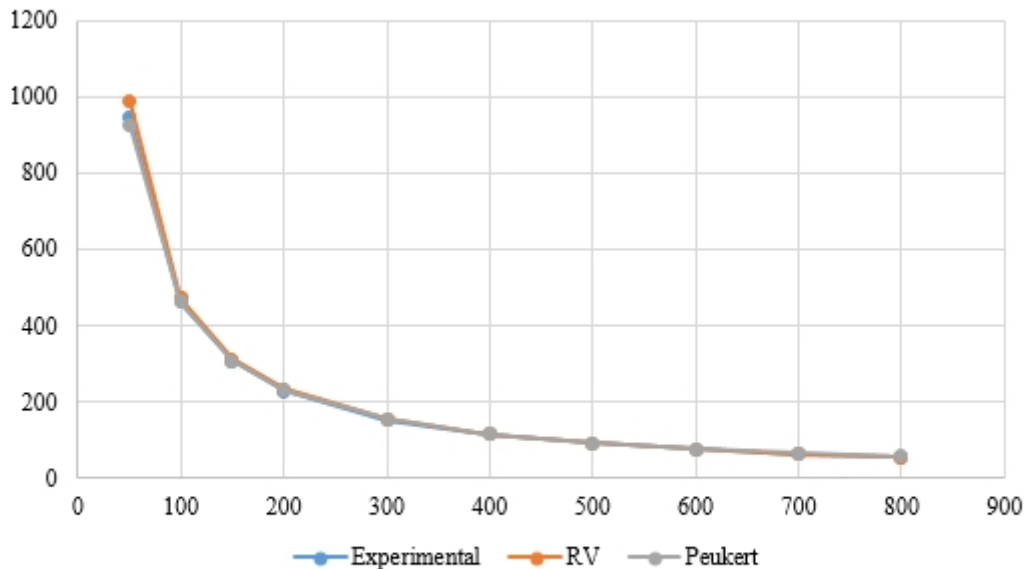


Figura 1- Resultados

## CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado uma análise comparativa entre dois modelos analíticos empregados para a predição do tempo de vida de uma bateria: a Lei de Peukert e o modelo de difusão de Rakhmatov-Vrudhula. Ambos modelos foram implementados na ferramenta computacional MATLAB, onde foram realizadas um conjunto de simulações computacionais considerando os parâmetros obtidos através de dados empíricos retirados de uma plataforma de testes, onde pode-se verificar que modelos de Rakhmatov e Vrudhula e Lei de Peukert apresentaram resultados médios de erro muito semelhantes. No entanto, o Modelo de Rakhmatov e Vrudhula apresentou melhores resultados a partir de perfis de descargas formadas por correntes altas, enquanto que a Lei de Peukert apresentou melhores resultados a partir de perfis de descargas formados por correntes baixas.

## REFERENCIAS

Schneider K.; Sausen, P.; Sausen, A., "Análise comparativa de modelos analíticos para predição do tempo de vida de baterias em dispositivos móveis," 9th Conference on Dynamics, Control and their Applications, June 2010.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXIII Seminário de Iniciação Científica

Schneider, K. “Avaliação de modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis,” Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, Rio Grande do Sul, Brasil, 2011.

Rakhmatov, D.; Vrudhula, S., “Energy management for battery-powered embedded systems,” ACM Transactions on Embedded Computing Systems, vol. 2, no. 3, pp. 277–324, August 2003.

Rakhmatov, D.; Vrudhula, S., An analytical high-level battery model for use in energy management of portable electronic systems. National Science Foundation’s State/Industry/University Cooperative Research Centers’ (NSFS/IUCRC), 2001.

Sausen, P. “Gerenciamento integrado de energia e controle de topologia em redes de sensores sem fio,” Master’s Thesis, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, Paraíba, Brasil, July 2008.