

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XVII Jornada de Extensão

O TEOREMA DE PITÁGORAS: ALGUMAS POSSIBILIDADES NA ORGANIZAÇÃO DE SEU ENSINO¹

Fernando Gasparin Fabrin², Isabel Koltermann Bastitti³, Joctã Mulhen Valandro⁴.

¹ Projeto de pesquisa pibid

² Bolsista PIBID UNIJUI, LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

³ Professora do Curso de Matemática – Licenciatura, Coordenadora do Laboratório de Ensino de Matemática. Coordenadora do subprojeto área Matemática do PIBID/UNIJUI. Pesquisadora do GEEM. E-MAIL: isabel.battisti@unijui.edu.br

⁴ BOLSISTA PIBID UNIJUI, LICENCIATURA MATEMÁTICA

Introdução

Como licenciandos do curso de matemática e bolsistas de iniciação à docência, do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência, do subprojeto área Matemática, percebemos-nos inseridos e estimulados a, a partir de estudos relacionados ao currículo escolar da educação básica, tratar, de forma mais aprofundada os campos da matemática que o constituem. Como futuros professores, devemos ter conhecimento sobre a origem de conceitos, bem como, de matemáticos que contribuíram na construção do conhecimento. Acreditamos que ao se apropriar da origem de determinados conceitos, o professor de matemática expande as possibilidades de compreensão de um currículo, havendo maiores possibilidades de ser propositor deste, como também na organização de um ensino capaz de potencializar processos de aprendizagens, despertando no estudante, a partir de elementos históricos, a curiosidade e possibilidades de investigação.

Para o estudo aqui apresentado, na forma de Relato de Experiência, realizamos um recorte considerado um dos campos da matemática, a geometria, e, neste, detivemo-nos no estudo do Teorema de Pitágoras. Considerado, assim, a inquietude e o interesse pelo estudo da Geometria e a importância de tais saberes na formação do professor de matemática, a presente escrita tem como principal objetivo discutir aspectos relacionados ao teorema de Pitágoras, visando subsidiar a organização do ensino que envolve tal conceito.

Metodologia

Como bolsistas de iniciação à docência, atuamos em turmas do ensino médio acompanhando aulas de matemática, nestas fomos orientados a exercer monitorias e ações de docência compartilhada. Ao atuar nestas turmas percebemos a necessidade de ampliar conhecimentos sobre o currículo de matemática, de forma especial no ensino médio. Assim estudamos documentos que orientam o ensino de matemática nesta etapa da educação básica, entre eles o documento que apresenta a Base Nacional Comum Curricular; Tal documento propõe um currículo para a matemática da Educação Básica organizado em eixos estruturantes: geometria, números e operações, grandezas e medidas, álgebra e funções e estatística e probabilidade. Neste nos detivemos a olhar conceitos que se mostram relevantes em tratativas de diferentes conceitos, entre estes destacamos o Teorema de Pitágoras e, assim, atentos às possibilidades de organização de um ensino de tal conceito.

Nesse processo a história e a própria produção dos conhecimentos se mostraram como aportes importantes na organização do ensino. Optamos, assim, neste momento, em realizar uma pesquisa

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XVII Jornada de Extensão

de cunho teórico cujo tema se relaciona ao Teorema de Pitágoras. Para tanto, realizamos um levantamento de bibliografias sobre a temática, das quais destacamos de forma especial as proposições apresentadas por Marques (2011), a leitura de tópicos desta obra, e leitura atenta de abordagens ao Teorema de Pitágoras apresentado por Brasil (1998) e Rio Grande do Sul (2009). Apontamentos de tais elementos geraram o presente texto.

Pitágoras de Samos e a Escola Pitagórica: breves apontamentos

Pitágoras de Samos nasceu por volta de 569 a.c, em Samos, perto de Mileto. Pitágoras pertencia a uma família modesta, o seu pai era um mercador e enquanto, Pitágoras acompanhava o pai em várias viagens de negócio, existe evidências de que Pitágoras teria estado Tire, lugar onde foi ensinado por Caldeus (babilônicos) e os mestres da Síria. Parece que, ainda em criança, e na companhia de seu pai, visitou a Itália. Pitágoras teve uma boa educação enquanto jovem. Entre os 18 e 20 anos, procurou Tales, de quem foi discípulo. A conselho de Tales, Pitágoras viajou para o Egito por volta 535 a.c, foi admitido num templo que funcionava, como era usual na época, como academia/escola, em Dospolis, onde se acostumou a cumprir certas regras as quais mais tarde viria a implementar na escola que viria a fundar. Em 520 a.C., Pitágoras voltou a Samos e criou uma primeira escola chamada Semicírculo, a qual teve que abandonar posteriormente devido a situação política da cidade, que estava sob o domínio do Rei Persa que o mandara prender. Pitágoras retomou à Itália, fixando-se na cidade de Crotona onde fundou a famosa Escola Pitagórica. A Escola Pitagórica baseava os seus ensinamentos em Filosofia, Matemática, Música e Astronomia. Também contavam com exigências muito fortes em termos de sigilo e possuía uma série de regras obrigatórias a seus membros, assemelhando-se a uma seita mística e misteriosa, quase como uma religião. A Escola era constituída por matemáticos, alunos internos aos quais não era permitido possuir bens próprios, partilhando os seguintes princípios:

- A natureza é matemática até aos mais profundo nível;
- A filosofia pode ser usada para purificação espiritual;
- A alma pode partilhar uma união com o divino;
- Alguns símbolos têm significado místico;
- Todos os seguidores da ordem devem manter lealdade e segredo.

Este último impedia que qualquer aluno falasse ou comentasse o que se passava na escola, bem como os resultados e as descobertas realizadas. Tudo o que lá se fazia era sempre, por uma questão de respeito, atribuído ao mestre Pitágoras, daí as dificuldades em saber ate que ponto, na realidade, os resultados a ele associados foram de fato por ele descobertos, ou por alunos que pertenciam à escola. Em relação aos símbolos com significados místicos, o melhor exemplo talvez seja o símbolo escolhido para a Escola Pitagórica – o Pentagrama. O Pentagrama, ou estrela de cinco pontas, era um modo de representar o número 5, que simbolizava a união, o casamento. O número 1 era considerado o gerador de todos os outros números, o número 2 era o primeiro número par (considerados femininos) e o 3 o primeiro ímpar (considerados masculinos), logo 5 era a junção do primeiro feminino, com o primeiro masculino, simbolizando toda a criação. (MARQUES, 2011)

Teorema de Pitágoras: a demonstração original

Existem mais do que uma demonstração do Teorema de Pitágoras, mas dada a época a que se refere, não nos é possível determinar qual dessas provas foi a realizada por Pitágoras, ou mesmo, se ele próprio teria descoberto mais de uma demonstração. Assim sendo, apresentamos alguns

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XVII Jornada de Extensão

elementos propostos pelos historiadores de matemática como sendo a original. Considerando um triângulo ABC, retângulo em A. Digamos que a hipotenusa mede c e que os restantes dos catetos medem respectivamente a e b .

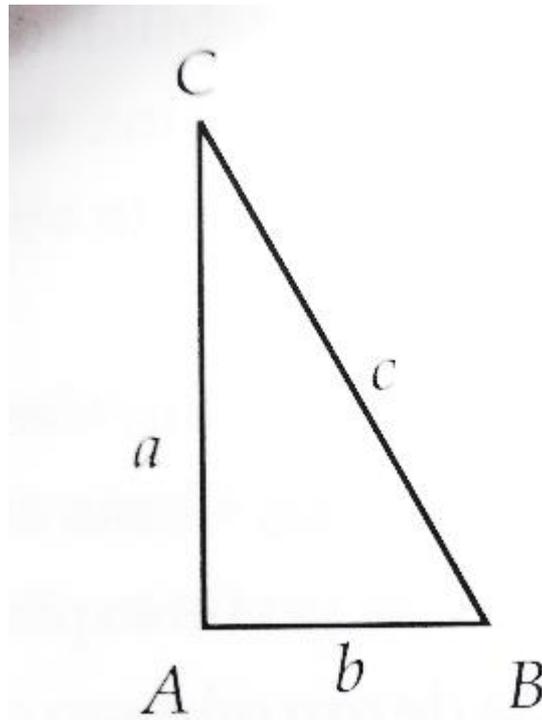


Figura 1: representação do triângulo retângulo

Observamos que ambas as figuras são quadrados de lados $a+b$

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XVII Jornada de Extensão

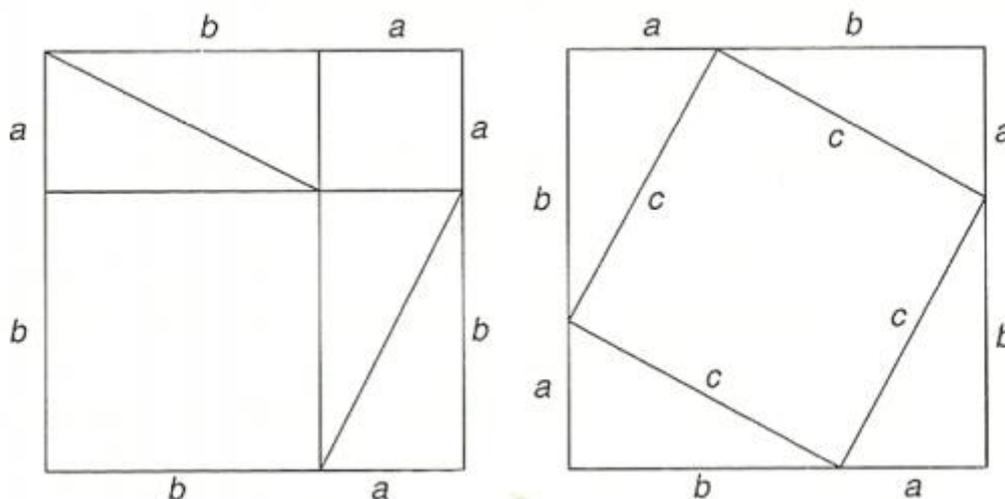


Figura 2: representação de uma demonstração do Teorema de Pitágoras

Fonte: Eves (1997, p.103)

A primeira figura foi subdividida em quatro triângulos geometricamente iguais ao da Figura 1 e num quadrado de lado c . A segunda figura também possui quatro triângulos iguais. Podemos concluir que se dois quadrados são iguais e ambos contem quatro triângulos iguais, então o que resta num quadrado tem de ser igual ao que resta no outro. Ou seja, acabamos de demonstrar que $c^2 = a^2 + b^2$.

O Teorema de Pitágoras no currículo escolar

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), as representações geométricas são fundamentais na elaboração de várias ideias, sejam do campo da geometria, da álgebra ou até mesmo da aritmética. Porém, quanto aos sistemas de representação plana e das figuras espaciais, o referido documento indica: visualizar, fazer ver, resumir; ajudar a provar; ajudar a fazer conjecturas (o que se pode dizer), como as principais funções do desenho. Afirma ainda que “Quando os alunos têm de representar um objeto geométrico por meio de um desenho, buscam uma relação entre a representação do objeto e suas propriedades e organizam o conjunto do desenho de uma maneira compatível com a imagem mental global que têm do objeto.” (BRASIL, 1998, p. 125).

Geralmente o aluno tem dificuldade em encontrar articulação das propriedades que ele conhece para organizar em um conjunto de desenho. Desta forma, ainda no terceiro ciclo, Brasil (1998) propõe que os alunos usem sua percepção para representar a figura geométrica, e aos poucos isso vai se perdendo e o aluno vai se adaptando a métodos mais formais usados pelo professor.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) propõe o estudo do Teorema de Pitágoras considerando uma representação geométrica a partir de um quebra-cabeça com as peças como as apresentadas na Figura 2. A representação geometria dos quadrados representados na Figura 2, em que trata do teorema de Pitágoras, como ele é provado, e como foi realizado sua prova. Dessa forma, o autor coloca um desafio para os alunos para resolver um quebra-cabeça com peças planas,

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XVII Jornada de Extensão

que devem montar de duas maneiras diferentes, o que ele afirma que utilizando o princípio aditivo, os alunos chegam à relação de $a^2 = b^2 + c^2$.

As proposições apresentadas por Brasil (1998) para o estudo do referido teorema possibilita explorações que consideram contextos históricos. Com tal abordagem

[...] também percebemos que muitas das teorias que conhecemos hoje, resultaram de um longo processo de transformações e quase sempre numa ordem diferente daquela descoberta. Tudo, inclusive o que já nos parece trivial, custou esforço, erros, tentativas, até que um resultado fosse construído. Através da história, desses esforços permanente que se procura retratar”. (MORTELE, 2010, p. 9)

Já, o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RIO GRANDE DO SUL, 2009), apresenta uma atividade em que os alunos desenvolvem detalhadamente uma representação do Teorema de Pitágoras. O teorema de Pitágoras é abordado na segunda etapa do ensino fundamental, e propõe o seu estudo a partir do triângulo retângulo considerando a medida de seus lados. De acordo com este documento, o autor coloca como sugestão apresentar aos alunos diferentes representações de triângulos. Solicita que os alunos reconheçam seus ângulos e indiquem os ângulos retos. Ao analisar triângulos retângulos propostos para os alunos, é identificado a hipotenusa (reta de lado oposto ao ângulo reto) e os catetos nos próprios triângulos. Dessa forma o documento coloca como sugestão para os alunos trabalhar com materiais manipuláveis, explorando a relação $a^2 = b^2 + c^2$.

O Referencial Curricular do Rio Grande do Sul (RIO GRANDE DO SUL, 2009) propõe aos alunos que dividam uma folha A4, pela diagonal. Na sequência identificar um dos triângulos com o número 1 e nomear o cateto menor por c , cateto maior por b , hipotenusa por a , altura relativa à hipotenusa por h e por m e n as projeções ortogonais do cateto menor (m) e do cateto maior (n) sobre a hipotenusa, assinalando o ângulo reto com a notação convencional, conforme a Figura 3.

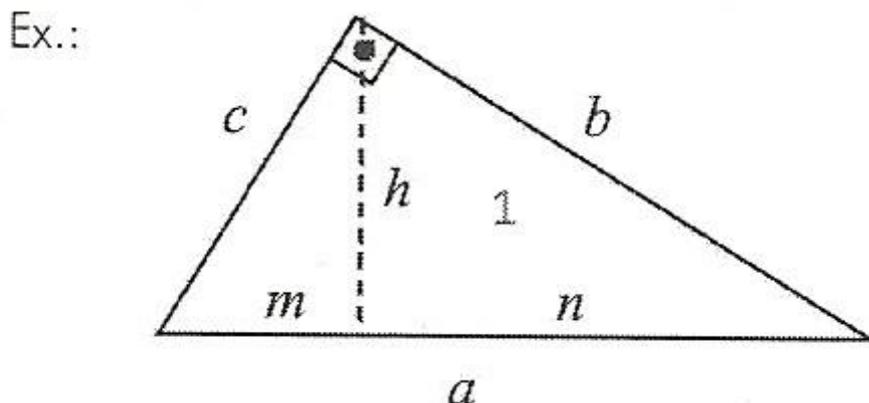


Figura 3: representação de um triângulo retângulo e de uma de suas alturas

Fonte: Referencial (2009, p.177)

Assim dessa forma obter o 2º triângulo e usando as mesmas letras do 1º. Recortá-lo pela altura (h), obtendo dois novos triângulos retângulos, um menor, que deverá ser identificado pelo número 2, e um maior identificado com o número 3. O referido documento propõe a exploração de tal

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XVII Jornada de Extensão

representação a partir de alguns questionamentos: a) Como podemos identificar os triângulos como retângulos nos triângulos 1, 2 e 3?

b) Os triângulos retângulos 1 e 2, 1 e 3, 2 e 3 são semelhantes dois a dois? Justifique.

Considerações Finais

O estudo desenvolvido acerca Teorema de Pitágoras foi importante para a compreensão deste tema visto que nos permitiu entender melhor a geometria Pitagórica, além de nos permitir desenvolver competências de investigação, seleção, organização e comunicação de diferentes informações que vamos encontrando no decorrer.

O estudo constitutivo do presente texto, teve por finalidade, para nós licenciandos do Curso de Matemática e bolsistas do PIBID, proporcionar a ampliação do conhecimento sobre um conceito proposto no currículo de Matemática da Educação Básica. Com o estudo realizado para elaboração do presente texto compreendemos alguns elementos da relacionados ao Teorema de Pitágoras, na representação geométrica e algébrica. Tivemos também conhecimento do que os documentos oficiais, que orientam o currículo da matemática no Ensino Fundamental, sugerem para a abordagem ao referido teorema e assim indicando elementos para a organização de seu ensino em sala de aula. Os dois documentos em que realizamos o estudo apresentaram formas diferentes de tratamento ao Teorema de Pitágoras em sala de aula, os Parâmetros Curriculares Nacionais apresentam ênfase na forma geométrica, considerando elementos da histórica. Através de um quadrado, possibilita que o aluno perceba relações constitutivas do Teorema de Pitágoras. Enquanto o Referencial Curricular do Rio Grande do Sul apresenta uma outra representação, que considera elementos da geometria e também da forma algébrica, faz referências matemáticas com demonstração a partir de triângulos retângulos, também possibilitando aos alunos a compreensão do referido teorema.

Palavras chaves: Teorema de Pitágoras; história; matemática.

Referências Bibliográficas:

- EVES, Howard. Introdução à História da Matemática. 2ª Edição. Editora Unicamp. 1997.
GIGANTE, Ana Maria Beltrão; SILVA, Maria Rejane Ferreira da; SANTOS, Monica Bertoni dos. Referencial Curricular, 2009.
MORTELE, J. Teorema de Pitágoras. URI. 2010.
MARQUES, S. Cardoso. A descoberta do Teorema de Pitágoras. Editora LF. 2011