

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

ESTUDO TEÓRICO DA CONSTRUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS AUTORREGRESSIVOS E COMPARAÇÃO COM MODELOS ANALÍTICOS PARA A PREDIÇÃO DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS QUE ALIMENTAM DISPOSITIVOS MÓVEIS¹

**Alisson Vercelino Beerbaum², Airam T.Z.R. Sausen³, Andressa T. Diefenthaler⁴, Eduardo
C. Toniazzi⁵, Joelson L. Da Paixão⁶, Paulo S. Sausen⁷.**

¹ Projeto de pesquisa realizado no Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC) da UNIJUÍ

² Aluno do Curso de Licenciatura em Matemática. Bolsista PIBIC-UNIJUÍ - a.v.beerbaum@gmail.com

³ Professora Dra., Departamento das Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUÍ, orientadora.

⁴ Aluna do Curso de Licenciatura em Matemática. Bolsista PROBIC-FAPERGS.

⁵ Aluno do Curso de Engenharia Elétrica. Bolsista PIBIC-CNPQ - eduardotoniazzi29@gmail.com

⁶ Aluno do Curso de Engenharia Elétrica. Bolsista PIBIC-CNPQ - jlopesdapaixao@gmail.com

⁷ Professor Dr. no Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUÍ- paulosausen@gmail.com

INTRODUÇÃO

As tecnologias de armazenamento de energia por meio de baterias se tornaram indispensáveis na última década, especialmente para os dispositivos móveis que estão vinculados operacionalmente à vida útil de uma bateria (BRONDANI, 2015). No projeto de dispositivos móveis, o tempo de vida da bateria é considerado uma das particularidades mais importantes, pois informa o tempo que o dispositivo poderá ser utilizado sem a necessidade de ligá-lo a uma fonte externa de energia. Destaca-se, então, a necessidade de desenvolver baterias que proporcionem aos usuários mais tempo e conforto na realização de suas atividades, com atenção às restrições de peso e tamanho (ROMIO, 2013). Neste sentido, é evidente a importância do estudo de métodos capazes de prever o tempo de vida da bateria e, por conseguinte, o comportamento de todo o sistema.

Na literatura, uma das formas encontradas de realizar a previsão do tempo de vida de baterias é por meio da modelagem física do processo. Contudo, esta alternativa é inviável em alguns casos, em razão do alto custo de planejamento, implementação e gestão, ou ainda pelo grande período de tempo que demanda tal metodologia. Neste contexto, o Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC), da Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), vem desenvolvendo estudos acerca dos principais modelos matemáticos de baterias que constam na literatura, onde até o momento foram abordados os modelos analíticos (FREITAS, 2015), elétricos (BRONDANI, 2015), híbridos (FRANSOZI, 2015) e via Identificação de Sistemas (ROMIO, 2013).

A modelagem via Identificação de Sistemas é uma metodologia que permite a construção de modelos matemáticos de sistemas dinâmicos a partir de dados obtidos de um sistema real, ou de uma planta experimental (ROMIO, 2013). Esta metodologia tem como principal vantagem o fato de dispensar qualquer conhecimento acerca do sistema a ser modelado, independentemente de seu grau de complexibilidade, obtendo como resultado final equações de fácil resolução com extrema

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico

Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

precisão e fácil implementação computacional (AGUIRRE, 2004). Entretanto, por se tratar de uma ferramenta relativamente nova na área da matemática, pouco se tem acesso a trabalhos referentes a sua construção limitando-se apenas trabalhos acerca de sua aplicação.

Desta forma, o presente trabalho tem como objetivo central expor o estudo teórico acerca da construção dos modelos autoregressivos presentes na teoria de Identificação de Sistemas e, por conseguinte, a realização da modelagem matemática da estrutura do modelo Autorregressivo com entradas eXógenas (ARX). A validação do modelo ARX é realizada a partir da comparação entre os resultados simulados pelo modelos e os resultados experimentais do sistema de descarga de uma bateria de Lítio-Íon Polímero utilizadas em telefones celulares. E, para verificar a acurácia do modelo proposto, os seus resultados simulados são comparados aos resultados simulados por um modelo considerado acurado pela literatura. Enfatiza-se que este trabalho está baseado essencialmente nas obras de Morettin e Toloí (2006) e Aguirre (2004).

1 SÉRIES TEMPORAIS

Em estatística, econometria, matemática aplicada e processamento de sinais, uma série temporal é uma sequência de realizações (observações) de uma variável ao longo do tempo, como por exemplo, valores mensais de vendas de automóveis em determinada região. De acordo com Morettin e Toloí (2006), muitas vezes uma série temporal discreta pode ser obtida através da amostragem de uma série temporal contínua em intervalos de tempos iguais.

Existem duas formas de estudar séries temporais: (i) por uma análise da série temporal com o objetivo de entender a série temporal, de forma a entender a estrutura que gerou a série, (ii) pela previsão a partir da série temporal, onde preocupa-se em construir um modelo matemático a partir do qual seja possível prever valores futuros da série. Os modelos empregados no estudo de séries temporais são conhecidos através de seus acrônimos em inglês, montados a partir de modelos Auto Regressivos (AR), modelos Integrados (I) e modelos de média móvel (MA). Este trabalho se deterá à estrutura e aplicação do modelo autorregressivo ARX.

1.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Neste trabalho, paralelamente ao estudo dos modelos autoregressivos, foi realizada a coleta dos dados experimentais que compõem a série temporal discreta, utilizada para obtenção e validação do modelo proposto. Para reduzir qualquer alteração no resultado, é adotado um padrão para todos os experimentos. Inicialmente, as baterias são completamente carregadas até o valor máximo de tensão (4,2V). Após o carregamento completo, a bateria é conectada à plataforma de testes para que se inicie o processo de descarga. Na sequência, é aplicada uma corrente de descarga constante, até que a bateria esteja totalmente descarregada, ou seja, até atingir a tensão mínima da bateria (nível cutoff). Após cada descarga, a bateria é submetida novamente ao carregamento, adotando a metodologia descrita anteriormente. O padrão adotado resultou na obtenção de uma série temporal, onde a variável tempo é substituída pelo perfil de descarga e o intervalo de amostragem é respeitado como orienta Morettin e Toloí (2006). Esta série é dividida em duas séries temporais discretas: a primeira, apresentada na Tabela 1, é utilizada para a estimação dos parâmetros do modelo; e a segunda, apresentada na Tabela 2, é utilizada para a validação.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

Tabela 1 – Série temporal para a estimação.

Perfis (mA)	Média (min)
50	941,6
100	465,5
150	305,65
200	229,55
250	185,45
300	155
350	132,6
400	117,65
450	103,2
500	93
550	84,8
600	77,5
650	71,3
700	66,1
750	61,3

Tabela 2 – Série temporal para a validação.

Perfis (mA)	Média (min)
75	603,3
125	377,95
175	270,5
225	204,05
275	166,35
325	142,55
375	124
425	109
475	97,3
525	86,5
575	79,6
625	73
675	68,1
725	62,9
775	58,75

2 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Segundo Morettin e Toloí (2006), um das principais características da Identificação de Sistemas é a construção e a seleção de modelos matemáticos pertinentes a propósitos bem definidos.

As metodologias via Teoria de Identificação de Sistemas podem ser divididas em duas grandes classes: (i) os métodos não-paramétricos e (ii) os métodos paramétricos. Os métodos não-paramétricos objetivam determinar funções de transferência através de técnicas diretas sem selecionar anteriormente um conjunto de modelos possíveis e que não empregam nenhum vetor de parâmetros finitos. Os modelos paramétricos são baseados inicialmente por um vetor de parâmetros a , e por conseguinte, dado um vetor a partir de observações da entrada e saída do processo a ser modelado, então obtém-se os parâmetros do modelo que melhor descrevem o processo (OGATA, 2004).

São diversos os modelos que podem representar um sistema de maneiras diferentes, dependendo da perspectiva a ser considerada. Alguns dos modelos utilizados para modelar sistemas lineares são os modelos autoregressivos, baseados na função de autorregressão, como por exemplo, funções de transferência e o modelo Auto Regressivo com entradas exógenas (ARX), descrito a seguir.

2.1 MODELO AUTORREGRESSIVO ARX

Comumente, dados de determinada série temporal, em determinados pontos no tempo, possuem relação intrínseca com os valores que os antecedem e os que o sucedem, mesmo que apresentando ruído ao longo da série. A denotação do modelo que descreve tal sistema é ARX. Este sistema é apresentado através do diagrama de blocos da Figura 1.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

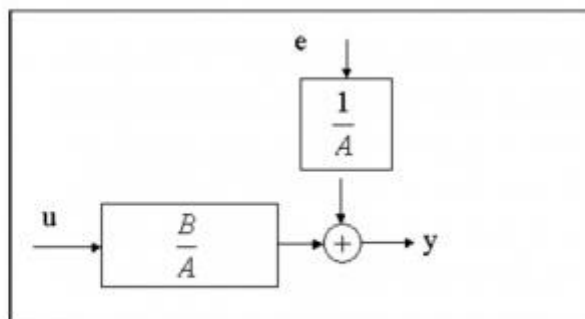


Figura 1 – Descrição de um modelo ARX

O diagrama é formado por dois blocos unidos através de uma soma. O primeiro bloco (da esquerda para direita) representa a função de transferência obtida através da razão entre as equações (3) e (2) apresentadas a seguir, multiplicada pela entrada $U(k)$. O segundo bloco representa a equação de transferência $1/(A(z))$, que relaciona-se com o erro do sistema. A estrutura de Autorregressão ARX leva em consideração as entradas do processo. A equação que representa o sistema é dada por:

$$A(z)y(k) = B(z).u(k) + e(k) \quad (1)$$

sendo,

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_y} z^{-n_y} \quad (2)$$

$$B(z) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_u} z^{-n_u} \quad (3)$$

Este é o modelo matemático de um sistema invariante no tempo, onde: $e(k)$ é o ruído, z^{-1} é o operador de atraso, $A(z)$ e $B(z)$ constituem as funções de transferências do sistema e, $a_1 \dots a_{n_y}$ e $b_1 \dots b_{n_u}$ são parâmetros a serem estimados a partir de dados experimentais. A modelagem matemática foi realizada com o auxílio da caixa de ferramentas para a Identificação de Sistemas presente no software computacional Matlab (Toolbox Ident). A escolha da ordem do modelo é baseada na análise da autocorrelação entre os dados experimentais, sugerida nos trabalhos de Paixão et al. (2015) e Kühn (2015), deve-se enfatizar que a ordem do modelo é o grau de atraso em z^{-n} máximo.

3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos por meio da realização do estudo e da modelagem matemática via Identificação de Sistemas, considerando os modelos autoregressivos de estrutura ARX.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

Após a determinação do modelo ARX (eq. 4), através da série temporal exposta na Tabela 1, é realizada a sua validação. Afim de ampliar a análise acerca da acurácia do modelo identificado, os resultados simulados são comparados ao resultados encontrados por Freitas (2015) em seu trabalho com o modelo analítico de Rakhmatov e Vrudhula (RV), apontado como um dos modelos mais acurados na literatura.

Na Tabela 3 são apresentados os resultados das simulações para a validação dos modelos de RV e ARX, em que ΔT_{min} é o tempo de vida experimental médio em minutos, RV_{min} é o tempo de vida em minutos simulado pelo modelo RV, $Erro\%$ é o erro apresentado pelo resultado das simulações do modelo da coluna anterior e ARX_{min} é o tempo de vida em minutos simulado através do modelo autorregressivo ARX. O modelo autorregressivo identificado apresentou um resultado satisfatório, com acurácia de 97,91%.

$$y(t) = \frac{0.5059 z^{-1} - 0.5263 z^{-2}}{1 - 0.9038 z^{-1} + 0.1481 z^{-2}} u(t) + \frac{1}{1 - 0.9038 z^{-1} + 0.1481 z^{-2}} v(t) \quad (4)$$

Tabela 3 – Resultados obtidos através da Validação dos Modelos.

Perfil (mA)	ΔT_{min}	RV_{min}	$Erro\%$	ARX_{min}	$Erro\%$
75	603,30	635,73	5,3781%	605,0	0,282%
125	377,95	381,12	0,8387%	370,10	2,077%
175	270,50	270,63	0,0481%	268,70	0,665%
225	204,05	208,27	2,0681%	210,70	3,259%
275	166,35	169,67	1,9958%	172,40	3,637%
325	142,55	142,82	0,1894%	145,30	1,929%
375	124,00	124,5	0,4032%	125,50	1,210%
425	109,00	109,57	0,5229%	110,50	1,376%
475	97,30	97,8	0,5139%	98,95	1,696%
525	86,50	88,1	1,8497%	89,68	3,676%
575	79,60	80,35	0,9422%	82,00	3,015%
625	73,00	73,75	1,0274%	75,41	3,301%
675	68,10	68,22	0,1762%	69,57	2,159%
725	62,90	63,3	0,6359%	64,25	2,146%
775	58,75	59,2	0,7660%	59,28	0,902%
Erro Médio (%)			1,1570%		2,089%

Salienta-se que o modelo RV é um modelo analítico composto por um sistema de Equações Diferenciais Parciais e o modelo ARX é um modelo paramétrico linear. Esta observação ajuda a perceber e analisar que mesmo apresentando uma acurácia menor que o modelo RV, o modelo ARX apresenta significativa facilidade em sua implementação, apresentando 0,99% de diferença quando comparado ao modelo RV.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizado o estudo teórico e a modelagem matemática do modelo autorregressivo ARX, aplicado à predição do tempo de vida de baterias que alimentam dispositivos móveis. Para tanto, foi utilizada uma série temporal discreta obtida através de uma plataforma experimental. A

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico

Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

opção pela ordem do modelo foi determinada a partir dos trabalhos de Kühn (2015) e Paixão et al. (2015). As baterias utilizadas nos processos de descarga na plataforma experimental são do tipo Li-Po. A análise dos resultados mostra que o modelo ARX apresenta semelhante acurácia quando comparado com o modelo RV, além de apresentar vantagens, tais como a fácil manipulação e implementação computacional devido à sua estrutura.

Palavras-chave: Tempo de Vida de Baterias, Modelagem Matemática, Identificação de Sistemas.

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, Luis Antonio. Introdução à identificação de sistemas—Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. Editora UFMG, 2004.

OGATA, Katsuhiko; LEONARDI, Fabrizio. Engenharia de controle moderno. Prentice Hall, 2004.

BRONDANI, Marcia. Modelagem Matemática do Tempo de Vida de Baterias de Lítio Íon Polímero utilizando Algoritmos Genéticos. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

FRANSOZI, Luana. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero através de modelos híbridos. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

FREITAS, Douglas Joziel Bitencourt. Estudo e aplicação de modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis: proposição de extensões aos modelos tradicionais. 2015. Tese de Doutorado. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

KÜHN, Ígor. Predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis: aplicação de uma metodologia para determinar a melhor ordem dos modelos em identificação de sistemas. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.

MORETTIN, Pedro A.; TOLOI, Clélia. Análise de séries temporais. Blucher, 2006.

PAIXÃO, J. L. D. et al. Coleta de dados do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero e determinação da ordem de modelos arx e armax através de funções de autocorrelação. Salão do Conhecimento, v. 1, n. 1, 2015.

ROMIO, Leugim Corteze. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias utilizando a teoria de identificação de sistemas. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul.