

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

AJUSTE DE CURVAS DO RESFRIAMENTO DA ÁGUA EM RECIPIENTES DE PLÁSTICO E VIDRO¹

Andressa Tais Diefenthäler², Rafael Wandscheer³, Peterson Cleyton Avi⁴.

¹ Texto produzido a partir dos estudos desenvolvidos em uma disciplina como acadêmicos da UNIJUI.

² Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da UNIJUI. E-mail: andressa_td@hotmail.com.

³ Acadêmico do curso de Engenharia Elétrica da UNIJUI. E-mail: r_wandscheer@hotmail.com.

⁴ Professor Mestre do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUI. E-mail: peterson.avi@unijui.edu.br.

1. Introdução

Há várias situações e fenômenos do dia a dia que instigam quanto à sua causa e efeito. Quanto ao resfriamento de alimentos e bebidas no freezer, por exemplo, percebe-se que alguns congelam mais rapidamente que outros. Estes fenômenos estão relacionados à Termodinâmica, uma área da Física dedicada ao estudo do movimento do calor, e se referem a situações de variação da temperatura.

No cotidiano, indivíduos se deparam com diversas situações em que podem comprar uma mesma bebida em diferentes tipos de garrafa, por exemplo, como a de plástico (PET) e a de vidro. Há casos em que precisam saber o tempo exato que uma bebida levará para atingir determinada temperatura, para que a retire do freezer no momento certo, antes que ela congele; ou ainda, que precisam refrigerar uma bebida o mais rápido possível. A partir disso, surge o questionamento: em qual tipo de recipiente a bebida poderá resfriar mais rapidamente?

Diante de tais considerações, a presente escrita configura-se como o relatório de um experimento realizado por dois acadêmicos da UNIJUI, a partir da proposição de um trabalho que deveria envolver conceitos tratados na disciplina de Cálculo Numérico Computacional (componente curricular do Núcleo Comum das Tecnologias).

Deste modo, a escrita tem por objetivo relatar o experimento realizado e apresentar os procedimentos para encontrar a curva que melhor representa o comportamento dos dados, através do Ajuste de Curvas, e ainda, realizar uma análise destes resultados, respondendo ao problema inicial: em qual tipo de recipiente uma bebida refrigera mais rapidamente?

2. Metodologia

Os dados apresentados nesta escrita foram obtidos a partir da realização de um experimento prático, para o qual foi utilizado um recipiente de plástico e um de vidro. O líquido utilizado foi a água, na temperatura ambiente. Para o resfriamento, foi utilizado o freezer de uma geladeira comum (programada na temperatura média). Para a medição das temperaturas foi utilizado um termômetro químico composto de álcool (com corante vermelho) e querosene, disponibilizado pelo Laboratório de Física da universidade. Devido aos elementos que o compõe, este tipo de termômetro é o mais indicado para este experimento, pois possibilita observar variações maiores de temperatura do que o termômetro de mercúrio, também sendo mais rápido nas medições (pois o álcool se expande mais que o mercúrio e de forma mais rápida).

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

3. Resultados e Discussão

Há vários fenômenos do dia a dia que podem ser relacionados ao estudo da Termodinâmica. Estas situações se referem, principalmente, a questões de variação de temperatura.

"A temperatura é uma das grandezas fundamentais do SI e está relacionada às nossas sensações de quente e frio. É medida com um termômetro, instrumento que contém uma substância com uma propriedade mensurável, como o comprimento ou pressão, que varia de forma regular quando a substância se torna mais quente ou mais fria" (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2012, p. 2016).

O tempo que uma bebida levará para refrigerar no freezer depende de vários fatores, como o tipo de freezer (sua potência e temperatura), o tipo e quantidade de líquido e suas propriedades térmicas, e o material do recipiente em que ele está.

Para analisar o resfriamento de bebidas em diferentes recipientes, neste caso, a variação da temperatura da água no plástico e no vidro, foi realizado um experimento prático. Para este, foram utilizados recipientes aproximadamente de mesmo formato (cilindro circular reto) e tamanho, bem como com a mesma quantidade de água (200ml). A temperatura inicial do líquido registrada foi de 16°C (temperatura ambiente). A partir disso, cada recipiente ficou no freezer por 30min, e teve a temperatura medida a cada 5min (em cada medição, o recipiente ficou 1min fora do freezer). Os dados obtidos estão representados nos quadros abaixo:

Quadro 1: Valores obtidos na medição da temperatura da água nos dois recipientes.

Plástico		Vidro	
Tempo (min)	Temperatura (°C)	Tempo (min)	Temperatura (°C)
0	16	0	16
5	12	5	11,2
10	10,7	10	8,6
15	9	15	6,2
20	7,9	20	4,5
25	6,5	25	4
30	5,3	30	3,7

Fonte: Dados produzidos a partir dos experimentos, Maio/2016.

A partir dos dados obtidos, observou-se que o vidro resfriou a água mais rapidamente, a qual atingiu uma temperatura, após 30 minutos, menor que no recipiente de plástico. Este fato está relacionado às propriedades físicas e químicas dos materiais, dentre as quais se destaca, neste caso, a difusividade térmica, a qual "[...] mede a capacidade do material de conduzir energia térmica em relação à sua capacidade de armazená-la" (INCROPERA, et.al., 2011, p. 43).

A difusividade é obtida pela razão $\alpha = k / (\rho \cdot c)$. A condutividade térmica k quantifica a habilidade dos materiais de conduzir energia térmica, ou seja, calor; já o calor específico c , é a quantidade de energia térmica (i. e. calor) necessária para variar em 1°C a temperatura de um grama de determinado material/substância (conforme BONADIMAN, 2005, p. 201). Deste modo, a difusividade está diretamente relacionada à condutividade térmica dos materiais, sendo que,

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

materiais com maior difusividade térmica, possuem condutividade mais alta e respondem mais rapidamente a mudanças nas condições térmicas impostas a eles.

O coeficiente de condutividade térmica é uma característica específica de cada material, e depende da temperatura e da pureza do material. Quanto ao vidro, possui coeficiente de 0,93 W/mK e o plástico (polietileno tereftalato/PET) uma condutividade de 0,06 W/mK (MIRANDA, et.al., p.2). Estes coeficientes justificam o fato da água refrigerar mais rapidamente no vidro, pois este material possui condutividade térmica maior que o plástico.

A partir da realização destes experimentos e da tabulação dos dados, observou-se uma tendência de diminuição da temperatura do líquido ao longo do tempo (o resfriamento). Diante disso, objetivou-se descobrir qual curva melhor se adapta ao comportamento dos dados, encontrando a equação que melhor representa cada um dos casos. Para isso foi utilizado o método numérico Ajuste de Curvas.

Com os experimentos, obtiveram-se diferentes valores para a variável (temperatura); conforme Barroso (1987), "Os valores que uma variável pode assumir estão associados, além dos erros experimentais, a outras variáveis cujos valores se alteram durante o experimento" (BARROSO, 1987, p. 323). Se associarmos as variáveis tempo (variável independente) e temperatura (dependente) a partir de um modelo matemático, "[...] pode-se determinar então algum parâmetro, ou mesmo fazer previsão acerca do comportamento da variável resposta" (BARROSO, 1987, p. 323). Desta forma, ao relacionar as variáveis, pode-se obter uma expressão característica do comportamento dos dados.

Diante disso, conforme Barroso (1987), o Ajuste de Curvas parte da ideia de que o indivíduo deve analisar o comportamento dos dados e escolher um tipo de curva que melhor se adapte a estes. "Ao se estudar a relação entre duas variáveis, deve-se inicialmente fazer um gráfico dos dados (diagrama de dispersão) pois ele fornece uma ideia da forma da relação exibida por eles" (BARROSO, 1987, p. 323).

Para isso, foram construídos e analisados os gráficos de dispersão. A partir das representações, foi possível verificar que a curva que melhor se adapta aos conjuntos de dados é a função exponencial natural decrescente (pois a temperatura decresce e tende a se estabilizar ao longo do tempo), cuja forma geral é: $y = A \cdot e^{-b \cdot x}$.

O ajuste da exponencial foi realizado seguindo a ideia do Ajuste Linear Simples (ajuste de uma reta de equação: $y = ax + b$), que se baseia no Método dos Mínimos Quadrados, o qual consiste em analisar, dentre as curvas possíveis de representar o conjunto de dados, a curva em que a soma do quadrado das diferenças entre o valor experimental (dos dados obtidos no experimento) e o valor calculado (valor obtido pela substituição de x na equação encontrada) é a menor possível, ou seja: $D = \sum (y_i - (ax + b))^2$

Como pretende-se encontrar a menor diferença, trata-se de um problema de minimização, o qual é resolvido a partir de derivadas parciais. Desta forma, através do cálculo das derivadas e de substituições, é possível obter as expressões que fornecem os parâmetros a e b da equação linear:

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n}$$

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

No entanto, na situação desencadeada a partir dos experimentos, tem-se uma exponencial natural decrescente, e não uma equação linear. Para obter a expressão característica, linearizou-se a equação exponencial, de acordo com Barroso (1987):

$$a) Y = a \cdot e^{bX} \longrightarrow \ln Y = \ln a + bX$$

Para verificar a qualidade do ajuste, é calculado o coeficiente de determinação, o qual é obtido:

$$R^2 = 1 - \frac{SQE}{SQT} \quad SQE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2 \quad SQT = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad \bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$$

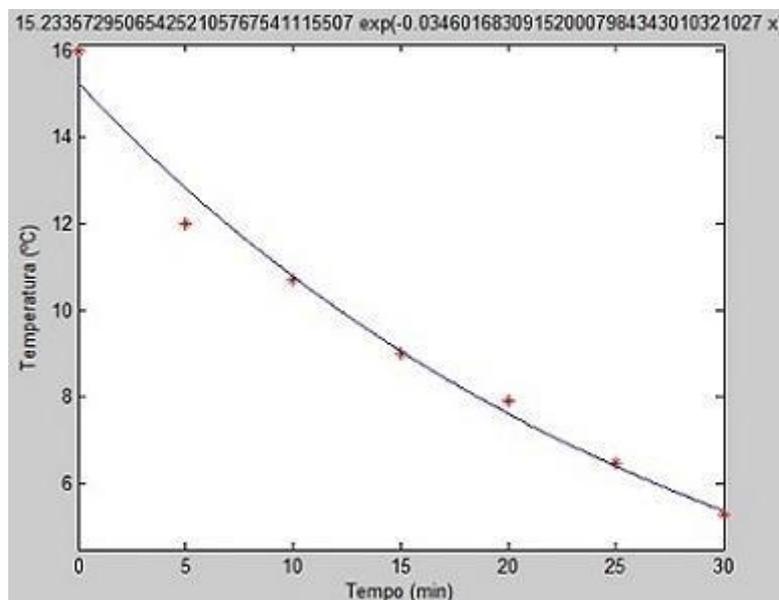
Para obter a equação correspondente a esta curva em cada um dos casos, bem como sua representação, foi implementado um programa em Matlab, o qual solicita o número de pontos, as coordenadas do vetor X (tempo) e as coordenadas do vetor Y (temperatura). A partir disso, o programa fornece a equação, o coeficiente de determinação (R^2 , o qual determina a qualidade de um ajuste de curvas) e também o gráfico com os pontos e a curva característica dos mesmos. Para o caso em questão, foi feita a modificação de considerarmos vetor Y como $\ln Y$, e o parâmetro a (termo independente) como e^a .

Para o resfriamento da água no recipiente de plástico, obteve-se um coeficiente de 98,3%, o que demonstra como a curva se adaptou bem aos dados. A figura abaixo apresenta a curva ajustada ($y = 15,2336 \cdot e^{(-0,0346x)}$) e o gráfico do ajuste, no qual x é o tempo (min) e y a temperatura ($^{\circ}C$).

Figura 1: Ajuste de Curvas do resfriamento da água no recipiente de plástico.



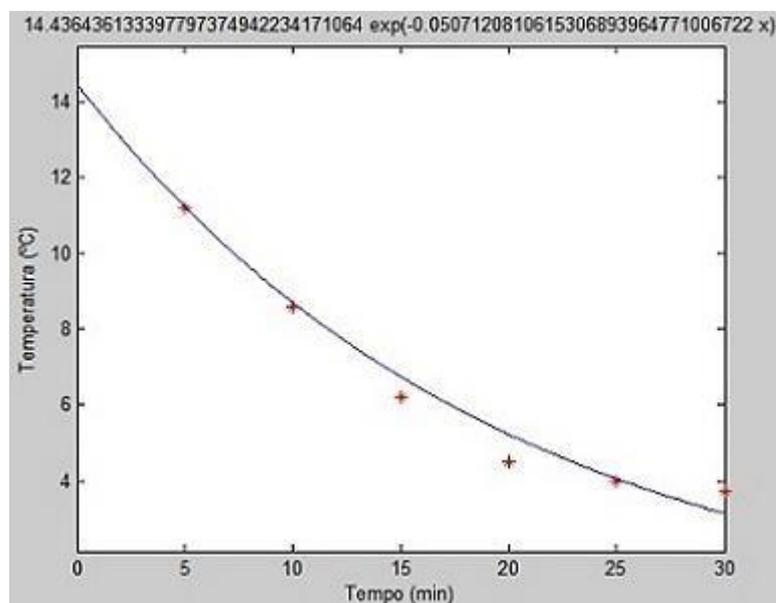
Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica



Fonte: Programa desenvolvido em Matlab, Maio/2016.

Para o resfriamento da água no recipiente de vidro, obteve-se um coeficiente de 97,1% e a seguinte curva ajustada: $y = 14,4364 \cdot e^{(-0,0507x)}$, conforme pode ser observado no gráfico a seguir:

Figura 2: Ajuste de Curvas do resfriamento da água no recipiente de vidro.



Fonte: Programa desenvolvido em Matlab, Maio/2016.

4. Conclusões

Modalidade do trabalho: Relato de experiência
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

A problemática envolvida é real e relacionada ao cotidiano dos indivíduos, podendo ser tratada a partir de conceitos físicos da Termodinâmica. O questionamento "Em qual tipo de recipiente uma bebida refrigera mais rapidamente?" pôde ser respondido a partir dos experimentos de medição de temperatura realizados, verificando-se que o recipiente que refrigera os líquidos mais rapidamente é o vidro, devido à sua difusividade/condutividade térmica.

No entanto, é necessário indicar a probabilidade da ocorrência de erros nos experimentos, os quais se referem a erros de medição, devido à falta de uma precisão maior do instrumento (termômetro), bem como do fato de cada recipiente ter sido retirado do freezer por um minuto para as medições.

A partir do Ajuste de Curvas, foi possível encontrar as equações características, as quais permitem determinar a temperatura de um líquido em um tempo específico ou definir quanto tempo é necessário para que uma bebida atinja uma temperatura desejada. Deste modo, este método numérico foi eficiente para que fossem obtidas as equações referentes ao resfriamento da água no plástico e no vidro, pois o coeficiente de determinação foi superior a 97% em ambos os casos, mesmo com os erros experimentais que possam ter sido cometidos.

Por fim, cabe ressaltar que os métodos numéricos se mostraram eficientes na resolução da situação prática proposta. Porém, foi necessária a implementação dos métodos no Matlab para a resolução das situações, pois um processo de cálculo manual seria inviável.

5. Palavras-chave: experimento prático; resfriamento de bebidas em diferentes recipientes; métodos numéricos; Ajuste de Curvas.

6. Referências

BARROSO, Leônidas Conceição; et. al. Cálculo numérico (com aplicações). 2. ed. São Paulo: HARBRA Ltda, 1987.

BONADIMAN, Helio. Hidrostática & calor: integração, experimento, teoria e cotidiano. 4. ed. Ijuí: Unijuí, 2005.

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. Fundamentos de física, volume 2: gravitação, ondas e termodinâmica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

INCROPERA, Frank P; et. al. Fundamentos de transferência de calor e de massa. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

MIRANDA, Jarbas H., et. al. Física do Ambiente Agrícola - Cap. 5: Condução de energia. Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz - Universidade de São Paulo. Disponível em: <http://www.leb.esalq.usp.br/aulas/lce200/Cap5.pdf>. Acesso em: 25 Mai. 2016.