

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

## **MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ ANTROPOMÓRFICO COM DOIS GRAUS DE LIBERDADE<sup>1</sup>**

**Vânia Luisa Behnen<sup>2</sup>, Roberta Goergen<sup>3</sup>, Marcia Regina Maboni Hoppen Porsch<sup>4</sup>, Mônica Raquel Alves<sup>5</sup>, Antonio Carlos Valdiero<sup>6</sup>, Luiz Antônio Rasia<sup>7</sup>.**

<sup>1</sup> Projeto Construção, Modelagem e Controle de Um Robô Acionado Pneumaticamente para Aplicação Industrial, desenvolvido no Núcleo de Inovação em Máquinas Automáticas e Servo Sistemas (NIMASS) Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da UNIJUI Campus Panambi

<sup>2</sup> Mestranda do curso de Modelagem Matemática, Unijuí, vania.behnen@hotmail.com

<sup>3</sup> Doutoranda do curso de Modelagem Matemática, Unijuí, betinhamtm@gmail.com

<sup>4</sup> Doutoranda do curso de Modelagem Matemática, Unijuí, marcia\_porsch@hotmail.com

<sup>5</sup> Acadêmica do curso de Engenharia Mecânica, unijuí, www.monicaalves@hotmail.com

<sup>6</sup> Professor Doutor do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, Bolsista CNPq Produtividade DT, Orientador, valdiero@unijui.edu.br

<sup>7</sup> Professor Doutor do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias, rasia@unijui.edu.br

### 1. Introdução:

Este trabalho trata do problema de modelagem cinemática de um robô antropomórfico com acionamento pneumático e dois graus de liberdade, o qual se encontra instalado nas dependências da UNIJUI Campus Panambi.

A partir do século XX, o processo de produção foi marcado no emprego de máquinas projetadas com a chamada automação rígida (ROMANO, 2002). Posteriormente, surgem os sistemas de manufatura flexível, onde os robôs industriais vêm sendo muito utilizados nos processos de automação programável e flexível, devido apresentarem a capacidade de reprogramação e adaptação conforme as necessidades operacionais. A utilização de manipuladores robóticos na indústria dá-se principalmente pela necessidade de aumento da produção em larga escala, proporcionando as tarefas de forma mais ágil, e fornecendo o produto de qualidade em série, possibilitando assim, a empresa tornar-se mais competitiva e que atenda as demandas do mercado. A utilização de robôs na indústria também está diretamente associada às melhores condições de trabalho do ser humano, na realização de tarefas perigosas, insalubres e com movimentos complexos de forma rápida, proporcionando assim segurança, agilidade e precisão no desenvolvimento da tarefa. Segundo Grassi (2005) os robôs são equipamentos ideais em trabalhos em ambientes caracterizados por tarefas repetitivas, pesadas ou de risco para humanos ou ainda, que exigem precisão e repetitividade, oferecem melhor performance e custo mais baixo do que trabalhadores braçais.

De acordo com Missiaggia (2014), a estrutura mecânica de um manipulador é constituída de corpos rígidos, conectados a juntas, que conferem movimentos relativos entre elos adjacentes. De acordo com o tipo de junta ligada ao elo, obtêm-se uma diferente estrutura serial, proporcionam diferentes espaços e volumes de trabalho do efetuador final, os manipuladores robóticos podem apresentar diferentes anatomias em relação à cadeia cinemática, as quais variam conforme seus tipos de juntas e o número de elos. Dependendo do número de elos e do tipo das juntas de um manipulador robótico, obtêm-se o espaço de trabalho que é definido como o conjunto de pontos onde se pode

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

posicionar o efetuator final (garra robótica ou ferramenta). Conforme Paatz (2008), o espaço de trabalho depende do tipo, do número e da configuração das juntas do robô. Três graus de liberdade são necessários para o efetuator final alcançar um ponto num espaço tridimensional de trabalho. Existem disponíveis no mercado diferentes tipos de robôs seriais, onde estes podem ser classificados quanto a sua estrutura cinemática em cartesiana, em Gantry, cilíndrica, esférica e articulada (SCARA ou antropomórfica). Na Figura 1 podem-se observar algumas estruturas cinemáticas de robôs seriais.

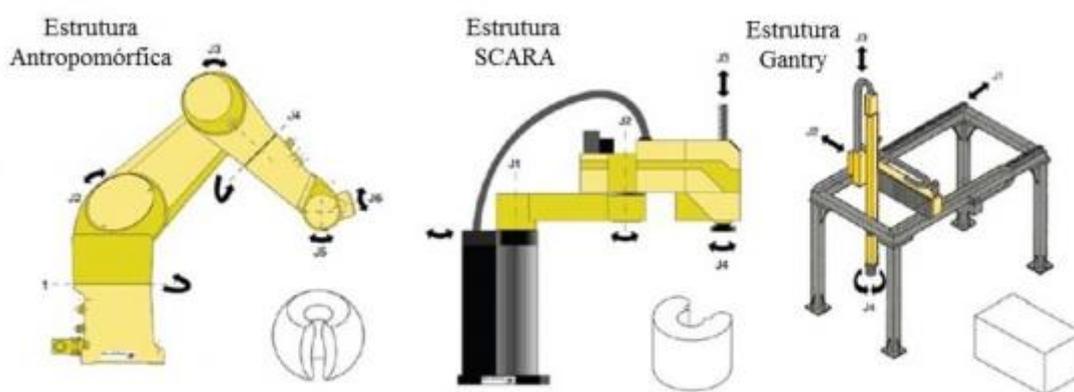


Figura 1. Representação de alguns exemplos de estruturas de manipuladores robóticos.

Para Valdiero (2012) um robô industrial é um representante típico de um sistema mecatrônico e pode ser dividido em três principais componentes: mecanismo, acionamento e sistema de controle. O mecanismo é responsável pela realização dos movimentos do robô necessários para a execução da tarefa pelo efetuator final. Daí a importância da modelagem cinemática do mecanismo, ou seja da estrutura cinemática composta por elos e juntas. Santos (2014) afirma que a cinemática do robô permite associar as variáveis de junta com a posição e a orientação do efetuator final no espaço operacional, possibilitando a localização de objetos no espaço tridimensional. De acordo com (CRAIG, 2004), a localização de seu efetuator final é dada através do controle adequado das suas variáveis articulares, sendo assim, os valores do conjunto de variáveis de junta de um robô, determinam o posicionamento de seu elemento terminal no sistema de coordenadas de trabalho. Este trabalho tem o objetivo de desenvolver a formulação da modelagem cinemática de um robô antropomórfico com dois graus de liberdade. Na seção seguinte descreve-se a metodologia utilizada na modelagem. Logo após, tem-se os resultados da modelagem cinemática direta, inversa e diferencial do robô do protótipo de robô estudado.

## 2. Metodologia

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

A metodologia utilizada para modelagem cinemática do robô segue a convenção de Denavit-Hatenberg, conforme descrito em Sciavicco e Siciliano (1996), e pode ser descrita nos seguintes passos: (i) compreensão e caracterização dos elos e juntas do robô com a identificação dos eixos das juntas; (ii) definição do sistema de referência dos elos de acordo com a convenção de Denavit-Hatenberg (D-H); (iii) determinação dos parâmetros de D-H; (iv) cálculo das matrizes de transformação homogênea de um sistema de referência em relação ao anterior; (v) cálculo da equação da Cinemática Direta; (vi) cálculo da equação da Cinemática Inversa; (vii) cálculo da matriz Jacobiana do robô; e (viii) cálculo da equação da Cinemática Diferencial.

### 3. Resultados e Discussão

Nesta seção apresentam-se os resultados da aplicação de cada um dos passos da metodologia adotada. O primeiro passo trata da compreensão e caracterização do robô a ser modelado, cuja fotografia do protótipo é mostrada na figura 2.

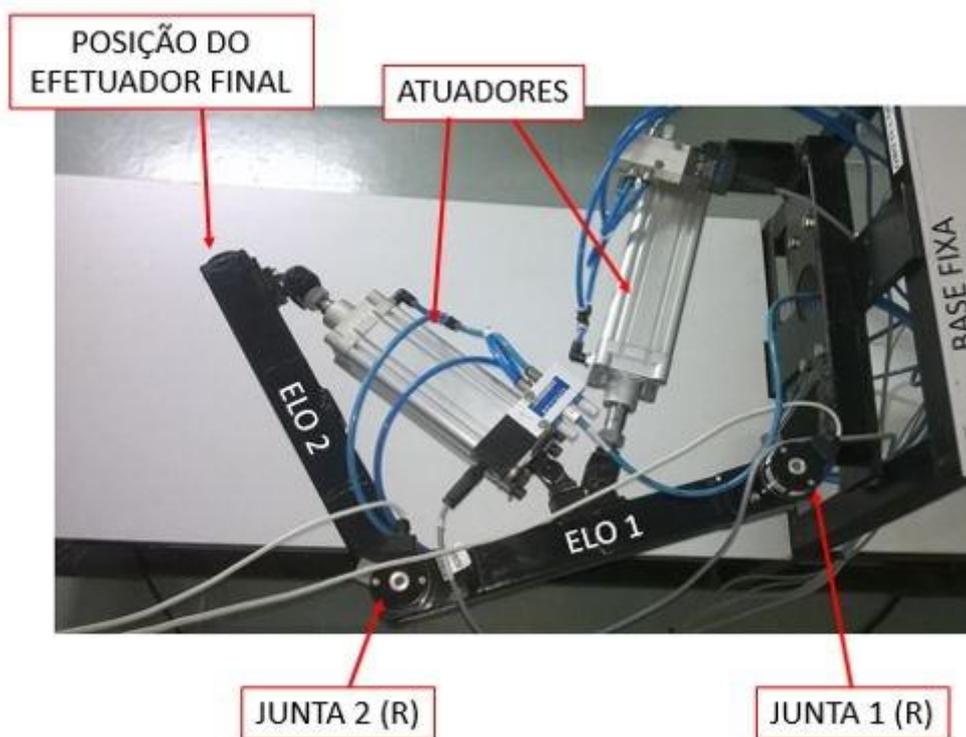


Figura 2. Fotografia do protótipo de robô industrial com a identificação dos elos e juntas.

O mecanismo do robô antropomórfico a ser modelado apresenta duas juntas de rotação, posicionadas em paralelo, uma base fixa conectada e dois elos conectados pelas juntas, cujo acionamento é dado por dois atuadores pneumáticos de dupla ação, permitindo assim o avanço e o recuo do êmbolo, que proporciona a movimentação mecânica da estrutura do manipulador. O sistema de controle é responsável pelo comando dos atuadores pneumáticos, ou seja, envia os sinais de controle para as servoválvulas que regulam as vazões de ar nas câmaras dos cilindros pneumáticos.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

A partir da caracterização da estrutura do robô, o próximo passo é a representação dos sistemas de referência dos elos seguindo a convenção de Denavit-Hatenberg, conforme ilustrado na figura 3.

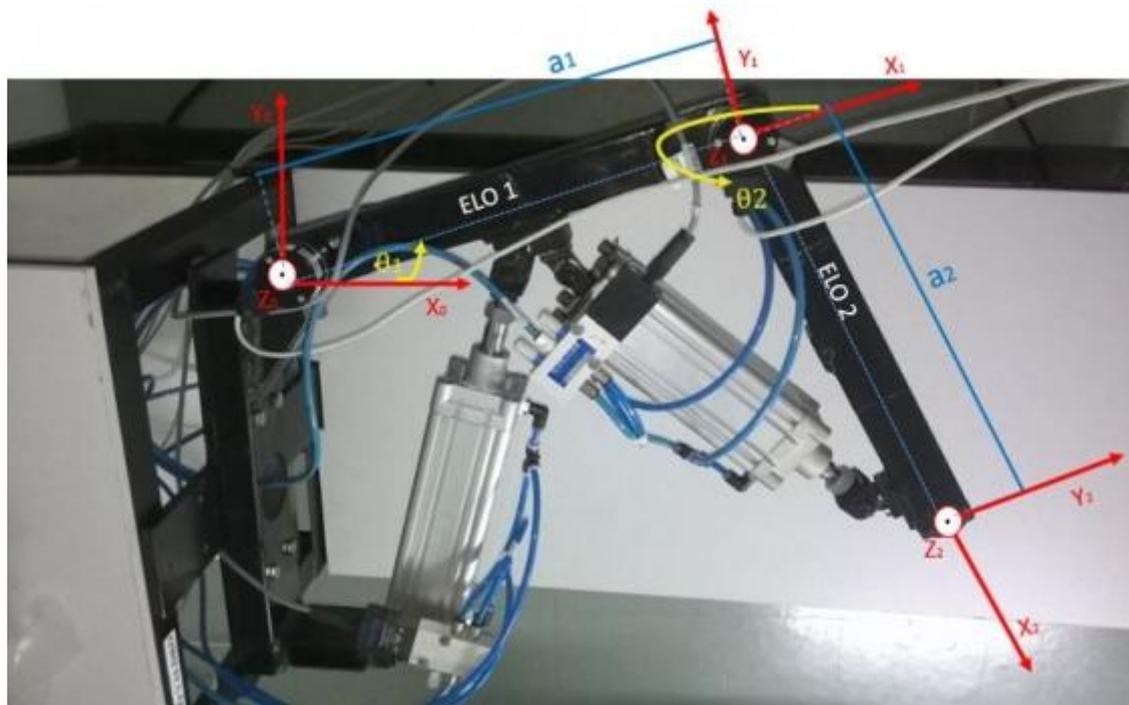


Figura 3. Fotografia do robô antropomórfico com representação dos sistemas de referência e dos parâmetros D-H.

Após a representação dos sistemas de referência dos elos, determinam-se os parâmetros de Denavit-Hatenberg (D-H), conforme ilustrado na figura 3 e mostrado na tabela 1.

elo i	$\theta_i$	$a_i$	$d_i$	$\alpha_i$
elo 1	$\theta_1$	$a_1=\text{constante}$	$d_1=0$	$\alpha_1=0$
elo 2	$\theta_2$	$a_2=\text{constante}$	$d_2=0$	$\alpha_2=0$

Tabela 1- Parâmetros de Denavit-Hartenberg – Robô Antropomórfico



**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

O quarto passo trata do cálculo das matrizes de transformação homogênea, conforme proposto por Sciavicco e Siciliano (1996), que relaciona o movimento de um elo  $i$  e relação ao anterior  $i-1$ . A matriz de transformação homogênea na sua forma geral é dada pela Equação (1);

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i \cdot c\alpha_i & s\theta_i \cdot s\alpha_i & a_i \cdot c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i \cdot c\alpha_i & -c\theta_i \cdot s\alpha_i & a_i \cdot s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

A partir da aplicação da equação da matriz de transformação homogênea para cada elo móvel e a sua adequada combinação num produto à esquerda, obtém-se as equações de cinemática direta. Faz-se necessário realizar as substituições dos valores dos parâmetros da tabela 1 na equação (1) para cada elo móvel. Assim obtém-se as matrizes de Transformação Homogênea, representadas nas Equações (2) e (3), para cada elo móvel do robô antropomórfico:

$$A_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & a_1 \cdot c\theta_1 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & a_1 \cdot s\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$A_2^1 = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & a_2 \cdot c\theta_2 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & a_2 \cdot s\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Posteriormente, calcula-se a Matriz de Transformação Homogênea que relaciona o sistema de coordenadas do efetuador final com o sistema de coordenadas do elo zero (base fixa). Assim tem-se as Equações (4) e (5).

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

$$T_2^0 = A_1^0 \cdot A_2^1 \quad (4)$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} c\theta_{12} & -s\theta_{12} & 0 & a_1 \cdot c\theta_1 + a_2 \cdot c\theta_{12} \\ s\theta_{12} & c\theta_{12} & 0 & a_1 \cdot s\theta_1 + a_2 \cdot s\theta_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Determinam-se as equações da cinemática direta a partir da equação (5), tendo-se assim o sistema de equações (6), que representa a posição do efetuador final, nas componentes nas direções das coordenadas  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  em função dos parâmetros de D-H e do valor das variáveis de junta;

$$\begin{cases} p_x = a_1 c\theta_1 + a_2 c\theta_{12} \\ p_y = a_1 s\theta_1 + a_2 s\theta_{12} \\ p_z = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Resolvido o problema de cinemática direta, pode-se obter as equações de cinemática inversa, as quais são obtidas através de manipulações matemáticas. Com a cinemática inversa é possível calcular os ângulos das juntas a partir da posição e orientação do efetuador final do manipulador robótico.

$$p_2^0 = \begin{bmatrix} x_{ef} \\ y_{ef} \\ z_{ef} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 c\theta_1 + a_2 c\theta_{12} \\ a_1 s\theta_1 + a_2 s\theta_{12} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Assim partindo da Equação (7) determinada por (6), encontram-se os valores das variáveis  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $s\theta_1$ ,  $s\theta_2$ ,  $c\theta_1$  e  $c\theta_2$ , conforme descritos nas Equações (8), (9), (10), (11), (12) e (13).

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

$$\theta_1 = \pm a \tan 2(s\theta_1, c\theta_1) \quad (8)$$

$$\theta_2 = a \tan 2(s\theta_2, c\theta_2) \quad (9)$$

$$s\theta_1 = \frac{(a_1 + a_2 c\theta_2)y_{gf} - a_2 s\theta_2 y_{gf}}{(a_1 + a_2 c\theta_2)^2 + a_2^2 s\theta_2^2} \quad (10)$$

$$s\theta_2 = \pm \sqrt{1 - c\theta_2^2} \quad (11)$$

$$c\theta_1 = \frac{(a_1 + a_2 c\theta_2)x_{gf} + a_2 s\theta_2 y_{gf}}{(a_1 + a_2 c\theta_2)^2 + a_2^2 s\theta_2^2} \quad (12)$$

$$c\theta_2 = \frac{(x_{gf})^2 + (y_{gf})^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1 a_2} \quad (13)$$

O sétimo passo é o cálculo da Matriz Jacobiana, esta matriz é formada pelas derivadas parciais de primeira ordem de uma função vetorial. Se uma função é diferenciável num ponto, a sua derivada é dada em coordenadas pela Jacobiana, mas uma função não precisa ser diferenciável para a existência da Jacobiana; basta que as derivadas parciais existam.

O Jacobiano é definido como sendo o determinante da Jacobiana. Ele é de grande importância na mudança de variáveis em integrais múltiplas e no Teorema da Função Inversa. A cinemática diferencial permite relacionar as velocidades de junta com a velocidade linear e angular do efetuador final. Este mapeamento é descrito por uma matriz chamada Jacobiano Geométrico que pode ser expressa através da Equação (14).

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = J(q)\dot{q} \quad (14)$$

Desse modo o vetor das velocidades lineares e angulares, pode ser escrito através das velocidades lineares na direção  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  (derivada primeira de P em x, y e z) e das velocidades angulares em torno de  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$  (derivada primeira de omega em x, y e z). Assim, o vetor das velocidades (v), pode ser escrito através do produto entre a matriz jacobiana (J(q)) e o vetor de velocidades no

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

espaço das juntas (derivada de  $q$ ), (FIORI, 2015). A matriz jacobiana e o vetor das velocidades das juntas (rotativas e prismáticas) podem ser escritas conforme a Equação (15), devido o robô apresentar duas juntas.

$$\vec{v} = J\dot{q} = \begin{bmatrix} J_{p1}(q) & J_{p2}(q) \\ J_{o1}(q) & J_{o2}(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Assim, para a junta 1, rotativa (R) tem-se, as Equações (16) e (17);

$$J_{p1}(q) = \vec{Z}_0 \times (\vec{P} - \vec{P}_0)_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} a_1 c \theta_1 + a_2 c \theta_{12} \\ a_2 c \theta_1 + a_2 s \theta_{12} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -(a_1 s \theta_1 + a_2 s \theta_{12}) \\ (a_1 c \theta_1 + a_2 c \theta_{12}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$J_{o1}(q) = \vec{Z}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Para a junta 2, rotativa ( R ), tem-se as Equações (18) e (19):

$$J_{p2}(q) = \vec{Z}_1 \times (\vec{P} - \vec{P}_1)_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} a_1 c \theta_1 + a_2 c \theta_{12} \\ a_1 s \theta_1 + a_2 s \theta_{12} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a_1 c \theta_1 \\ a_1 s \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -(a_2 s \theta_{12}) \\ (a_2 c \theta_{12}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$J_{o1}(q) = \vec{Z}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

Assim o último passo é o cálculo da equação da Cinemática Diferencial, que necessita dos cálculos do Jacobiano, conforme Equação (20), e com a substituição de valores tem-se a Equação (21);

$$v = \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = J\dot{q} = \begin{bmatrix} J_{p1} & J_{p2} \\ J_{o1} & J_{o2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$v = \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a_1 s \theta_1 + a_2 s \theta_{12}) & a_2 s \theta_{12} \\ (a_1 c \theta_1 + a_2 c \theta_{12}) & a_2 c \theta_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

O que resulta na Equação (22), ou a representação da velocidade pelo vetor:

$$v = \begin{bmatrix} \dot{P}_x \\ \dot{P}_y \\ \dot{P}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(a_1 s \theta_1 + a_2 s \theta_{12}) \dot{\theta}_1 + (a_2 s \theta_{12}) \dot{\theta}_2 \\ (a_1 c \theta_1 + a_2 c \theta_{12}) \dot{\theta}_1 + (a_2 c \theta_{12}) \dot{\theta}_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

#### 4. Conclusão:

O trabalho apresentou a modelagem cinemática de um robô antropomórfico com dois graus de liberdade, cujo protótipo está presente na Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

Grande do Sul (UNIJUI) Campus Panambi. Uma vez que há um crescente interesse na utilização de sistemas robóticos, principalmente em aplicações na indústria. A modelagem cinemática do robô contribui para a elaboração das estratégias de planejamento e controle de trajetórias do efetuador final do robô.

A modelagem cinemática é obtida primeiramente pela representação do robô, em que a partir destes pode ser construída uma tabela com as determinações dos parâmetros do robô baseado em dados da convenção de Denavit-Hatenberg. Como já mencionado, as equações da cinemática são importantes para fins de planejamento de trajetória, simulação computacional e controle de posição do robô, desta também se extraem informações importantes quanto a posição e velocidade dos elos e do efetuador final em relação aos outros elos e em relação à base fixa.

A realização dos cálculos de cinemática do robô, foram baseados principalmente nos estudos da disciplina de modelagem cinemática de robôs industriais. A obtenção dos resultados mostrou-se satisfatória, uma vez que pode-se compreender a trajetória do manipulador robótico a partir de testes com o robô.

Como perspectiva de trabalhos futuros sugere-se a aplicação do modelo matemático aqui apresentado e a apresentação do controle em estratégias lineares do sistema.

5. Palavras-chave :

robô antropomórfico; modelagem matemática; cinemática.

6. Referências bibliográficas

CRAIG, J.J., tradução Sousa, H.C. Robótica, São Paulo, Pearson Education do Brasil, 2013.

FIORI, A. Modelagem matemática da dinâmica de uma transmissão mecânica do tipo fuso de esferas de um robô Gantry. 2015. 109f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) - UNIJUI. Ijuí, 2015.

GRASSI, M. V. Desenvolvimento e Aplicação de um Sistema de Visão para Robô Industrial de Manipulação, Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

MISSIAGGIA, L. Planejamento Otimizado de Trajetória para um Robô Cilíndrico com Acionado Pneumaticamente. Dissertação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

PAATZ, S. Anatomy of a Robot. Engineering & Technology, pp. 42-44, 2008.

ROMANO, V. F. (Ed.). Robótica industrial: aplicação na indústria de manufatura e de processos. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

ROSÁRIO, J. M.. Princípios de Mecatrônica. São Paulo: Prentice Hall, 2005.

SANTOS, C. da S. dos. Modelagem matemática de um robô pneumático com dois graus de liberdade. 2014, 105f. Dissertação (Mestrado Modelagem Matemática) UNIJUI, Ijuí-RS, 2014.

SCIAVICCO, L.; SICILIANO, B. Modeling and control of robot manipulators. Naples: McGraw-Hill, 1996.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

VALDIERO, A. C. Robótica Industrial. Panambi: 2012. Curso de Engenharia Mecânica da UNIJUÍ. Notas de aulas.

VALDIERO, A. C. Projeto mecânico de robôs industriais. Ijuí: UNIJUÍ, 2005. Programa de incentivo à produção docente: Coleção Cadernos Unijuí - Série Tecnologia Mecânica n. 9.