

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

## **MODELAGEM MATEMÁTICA DO TEMPO DE VIDA DE BATERIAS DE LÍTIO ÍON POLÍMERO PARA DESCARGAS CONSTANTES UTILIZANDO UM MODELO HÍBRIDO<sup>1</sup>**

**Luana Fransozi Meireles<sup>2</sup>, Airam T. Z. R. Sausen<sup>3</sup>, Paulo S. Sausen<sup>4</sup>.**

<sup>1</sup> Pesquisa desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle da Unijuí

<sup>2</sup> Doutoranda em Modelagem Matemática, Unijuí, bolsista Unijuí, luh.fransozi@hotmail.com

<sup>3</sup> Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. do PPG em Modelagem Matemática, Unijuí, orientadora, airam@unijui.edu.br

<sup>4</sup> Prof. Dr. do PPG em Modelagem Matemática, Unijuí, coorientador, sausen@unijui.edu.br

### **1 Introdução**

O desenvolvimento de novas tecnologias permitiu, devido a mobilidade, praticidade em atividades diárias. Esta mobilidade é obtida com o auxílio de uma fonte de energia finita, denominada bateria. Devido a isto, o número e a variedade de dispositivos móveis aumentaram significativamente nos últimos anos. Em contrapartida, o tempo de vida limitado das mesmas tornou-se um problema em função do aumento do consumo de energia pelas mais diversas aplicações que são executadas nestes dispositivos. Buscando atender a demanda atual em relação a capacidade, faz-se necessário utilizar métodos capazes de prever o tempo de vida das baterias de forma simples e acurada. Neste contexto, destaca-se a modelagem matemática que possibilita representar o processo de descarga das baterias que alimentam dispositivos móveis.

Ao longo dos anos foram desenvolvidos diferentes modelos matemáticos de baterias, dentre eles destacam-se os modelos eletroquímicos, os modelos elétricos, os modelos estocásticos, os modelos analíticos e os modelos via teoria de Identificação de Sistemas (JONGERDEN; HAVERKORT, 2008). No entanto, os modelos de baterias existentes possuem alguma desvantagem. Com isto, surgiu, recentemente, uma nova categoria de modelos híbridos que possibilitam a união de dois ou mais modelos existentes e com características diferentes. Assim, é possível obter um novo modelo viável e que possui a vantagem de ambos.

O principal objetivo deste trabalho é realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero (Li-Po) utilizando um modelo, desenvolvido em (KIM, 2011), capaz de capturar as características elétricas e o comportamento não linear da bateria para diferentes perfis de correntes de descarga constantes. Buscando a validação do modelo, é realizada a implementação na ferramenta computacional MatLab/Simulink, e os resultados das simulações, são comparados com dados experimentais de uma plataforma de testes, utilizando baterias de Li-Po, modelo PL 383562-2C.

### **2 Metodologia**

#### **2.1 Dados Experimentais**

Os dados experimentais utilizados neste trabalho são obtidos a partir de descargas reais realizadas por uma plataforma de testes. Esta plataforma foi desenvolvido e está disponível no GAIC, localizado no Departamento de Ciências Exatas e Engenharias (DCEEng) da Unijuí.

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

Para a realização da coleta dos dados experimentais é adotado um padrão único em todos os experimentos, com o intuito de reduzir qualquer alteração no resultado final dos testes. Inicialmente, as baterias são completamente carregadas utilizando um processo de carga na qual, a mesma é conectada a uma fonte de carregamento externa até atingir o valor máximo de tensão, neste caso o valor de 4,2 volts. A metodologia utilizada no carregamento consiste em aplicar uma carga lenta e constante, correspondendo a 20% da capacidade nominal da bateria, com isso, a carga aplicada é 160 mA. Ao alcançar o valor máximo, é efetuada a desconexão da bateria da fonte de carga e em seguida, é realizada a descarga das baterias até atingirem o nível de cutoff (i.e. 2,7 V).

O conjunto de dados obtidos a partir dos testes experimentais varia entre 50 mA e 800 mA com intervalo de 25 mA entre um e outro, a fim de compreender os diferentes níveis de descarga, abrangendo perfis de descargas baixos, médios e altos.

## 2.2 Modelagem Matemática

Nesta seção é apresentado o modelo híbrido estudado neste trabalho e, obtido através da conexão do modelo elétrico para Predizer Runtime e Características V-I de uma bateria (CHEN; RINCÓN-MORA, 2006) com o modelo analítico KiBaM (MANWELL; MCGOWAN, 1993).

O modelo híbrido considera um período total em que, durante uma parte do tempo a bateria é descarregada com uma corrente constante  $i=I>0$ , e então repousa no restante do período, com  $i=0$ . O estado de carga (SOC) é descrito por

$$SOC(t) = \frac{C_a(t)}{C_m} \quad (1)$$

onde:  $C_a(t)$  é a capacidade disponível da bateria e  $C_m$  é a capacidade nominal da bateria. A capacidade disponível da bateria,  $C_a(t)$ , é determinada por

$$C_a(t) = C_i - l(t) - C_u(t), \quad (2)$$

onde:  $C_i$  é a capacidade inicial da bateria,  $l(t)$  é a carga total consumida pelo sistema dada por

$$l(t) = \int i(t)dt \quad (3)$$

e  $C_u(t)$  representa a capacidade indisponível no tempo  $t$  e é descrita pela carga indisponível proveniente do modelo KiBaM

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

$$C_u(t) = \begin{cases} C_u(t_0)e^{-k'(t-t_0)} + (1-c)\frac{I}{c} \left( \frac{1-e^{-k'(t-t_0)}}{k'} \right), & t_0 < t < t_d \\ C_u(t_d)e^{-k'(t-t_d)}, & t_d < t < t_r, \end{cases} \quad (4)$$

onde:  $C_u(t_0)$  é a capacidade indisponível da bateria no início da descarga,  $c$  é uma fração da capacidade total ( $C$ ) da bateria,  $C_u(t_d)$  é a capacidade indisponível da bateria no final do tempo de descarga,  $t_0$  é o tempo inicial,  $t_d$  é o tempo final da descarga,  $t_r$  é o tempo que resta para terminar o período,  $k$  é uma constante relacionada com a taxa de difusão de energia entre as fontes e  $I$  é a corrente de descarga.

Assim, o estado de carga (SOC) é dado por

$$SOC(t) = SOC_i - \frac{1}{C_m} \left[ \int i(t)dt + C_u(t) \right] \quad (5)$$

onde:  $SOC_i$  é o estado de carga inicial.

A tensão do modelo é proveniente do modelo elétrico e é representada por

$$V(t) = V_{oc}[SOC(t)] - i(t)R_s[SOC(t)] - V_t(t) \quad (6)$$

onde:  $V(t)$  é a tensão,  $V_{oc}[SOC(t)]$  é a tensão de circuito aberto,  $R_s [SOC(t)]$  é a resistência em série e  $V_t(t)$  é a tensão transiente. Os elementos da equação (6) são determinados pelas equações

$$V_{oc}[SOC(t)] = a_0e^{a_1[SOC(t)]} + a_2 + a_3[SOC(t)] - a_4[SOC(t)]^2 + a_5[SOC(t)]^3 \quad (7)$$

$$R_s[SOC(t)] = b_0e^{-b_1[SOC(t)]} + b_2 + b_3[SOC(t)] - b_4[SOC(t)]^2 + b_5[SOC(t)]^3 \quad (8)$$

$$V_t(t) = V_{tS}(t) + V_{tL}(t) \quad (9)$$

onde:  $V_{tS}(t)$  é a tensão transiente de curta duração dada pela equação (10) e  $V_{tL}(t)$  é a tensão transiente de longa duração dada pela equação (11)

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico  
**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

$$V_{tS}(t) = \begin{cases} R_{tS}i(t) \left[ 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_S}} \right], & t_0 < t < t_d \\ V_{tS}(t_d)e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau_S}}, & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (10)$$

onde:  $R_{tS}$  é a resistência transiente de curta duração,  $V_{tS}(t_d)$  é a tensão transiente de curta duração no tempo final de descarga,  $\tau_S = R_{tS} C_{tS}$ , e  $C_{tS}$  é a capacitância transiente de curta duração.

$$V_{tL}(t) = \begin{cases} R_{tL}i(t) \left[ 1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{\tau_L}} \right], & t_0 < t < t_d \\ V_{tL}(t_d)e^{-\frac{(t-t_d)}{\tau_L}}, & t_d < t < t_r \end{cases} \quad (11)$$

onde:  $R_{tL}$  é a resistência transiente de longa duração,  $V_{tL}(t_d)$  é a tensão transiente de longa duração no tempo final de descarga,  $\tau_L = R_{tL} C_{tL}$  e  $C_{tL}$  é a capacitância transiente de longa duração.

Os parâmetros que modelam a tensão transiente dependem do SOC e são dados por

$$\begin{cases} R_{tS}[SOC(t)] = c_0 e^{-c_1[SOC(t)]} + c_2, \\ C_{tS}[SOC(t)] = d_0 e^{-d_1[SOC(t)]} + d_2, \\ R_{tL}[SOC(t)] = e_0 e^{-e_1[SOC(t)]} + e_2, \\ C_{tL}[SOC(t)] = f_0 e^{-f_1[SOC(t)]} + f_2. \end{cases} \quad (12)$$

### 3 Resultados e Discussões

Nesta seção, inicialmente, é apresentada a metodologia adotada para a estimação dos parâmetros do modelo. Em seguida, é realizada a validação do mesmo a partir da comparação entre os resultados simulados e os dados obtidos em uma plataforma de testes.

#### 3.1 Estimação dos Parâmetros

O modelo híbrido possui dois parâmetros,  $c$  e  $k$  que necessitam ser estimados. A estimação do parâmetro  $c$  depende da condição inicial na fonte de carga disponível e do valor da capacidade total máxima disponível, pois  $c = y_1(0)/y_0$ . Para determinar a condição inicial analisa-se a tendência obtida a partir dos dados experimentais para correntes de descarga muito altas, com isso,  $y_1(0) = 2520$  As. Para determinar a capacidade total máxima disponível considera-se correntes de descarga muito pequenas, então  $y_0 = 2821,1$  As. Portanto, tem-se para o parâmetro  $c$  um valor estimado de 0,8933. O parâmetro  $k$  é encontrado a partir da substituição de dados experimentais na equação (4). Esta substituição resulta em uma equação transcendental na qual é solucionada com o

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

auxílio do Método de Newton-Raphson. Com isso, determina-se que  $k$  é 0,0005 (FRANSOZI, 2015). Os parâmetros referentes à parte elétrica do modelo são obtidos de (KIM, 2011).

### 3.2 Validação do Modelo

Após a obtenção dos parâmetros, o modelo híbrido foi implementado na ferramenta computacional MatLab/Simulink a fim de realizar a sua validação. Os resultados encontrados na simulação são comparados com os resultados experimentais obtidos na plataforma de testes.

Na Tabela 1 são comparados, para cada perfil de descarga com correntes constantes, os tempos de vida experimentais médios ( $TV_{em}$ ) com os tempos de vida obtidos a partir das simulações do modelo híbrido ( $TV_{mh}$ ) em minutos (min). Também são apresentados os erros provenientes desta comparação, assim como o erro médio do modelo.

Perfil	$TV_{em}$	$TV_{mh}$	Erro (%)
75	606,94	636,02	4,79%
125	384,76	380,02	1,23%
175	272,23	270,31	0,71%
225	203,49	209,36	2,88%
275	165,17	170,59	3,28%
325	141,29	143,77	1,76%
375	123,11	124,12	0,82%
425	108,38	109,11	0,67%
475	94,26	97,29	3,21%
525	86,20	87,74	1,79%
575	77,84	79,86	2,60%
625	71,33	73,26	2,71%
675	65,97	67,65	2,55%
725	60,69	62,83	3,53%
775	56,63	58,64	3,55%
			Erro médio 2,41%

Validação do modelo híbrido. Fonte: Elaborado pelos autores.

A análise dos resultados obtidos a partir da comparação entre os dados experimentais e os calculados pelo modelo para perfis constantes, mostra que o erro médio obtido pelo modelo foi de 2,41 %, estando dentro do limite de erro de 5%. O maior erro foi obtido para a corrente de descarga de 75 mA, com um valor de 4,79%. Justifica-se este erro pois durante correntes de descargas muito baixas os efeitos não lineares atuam de forma mais intensa. O menor erro ocorreu durante a descarga de 425 mA, com um valor de 0,67%.

### 4 Conclusão

Neste trabalho, foi realizada a modelagem matemática do tempo de vida de baterias Li-Po através de um modelo híbrido constituído da união do modelo elétrico para Predizer Runtime e Características V-I de uma bateria com o modelo analítico KiBaM. Este modelo consegue capturar

**Modalidade do trabalho:** Relatório técnico-científico

**Evento:** XXI Jornada de Pesquisa

as características elétricas da bateria, assim como os efeitos não lineares que estão presentes no processo de descarga. As simulações foram realizadas na ferramenta computacional MatLab/Simulink. Os resultados das simulações foram comparados com uma série de dados experimentais, obtidos a partir de uma plataforma de testes.

A análise dos resultados obtidos na simulação e validação do modelo híbrido permite verificar que este modelo prediz de forma satisfatória o tempo de vida de uma bateria para descargas constantes, visto que apresenta um erro médio de 2,41%.

#### 5 Palavras-chave

Modelagem Matemática; Modelo Híbrido; baterias; tempo de vida.

#### 6 Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro e estrutura concedida pela Unijuí.

#### Referências bibliográficas

CHEN, M.; RINCÓN-MORA, G. Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and I-V performance. IEEE Transactions on Energy Conversion, Junho 2006.

FRANSOZI, L. Modelagem matemática do tempo de vida de baterias de lítio íon polímero através de Modelos Híbridos. 2015. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2015.

JONGERDEN, M. R.; HAVERKORT, B. R. Which battery model to use? Imperial College London, Technical Report. In: UKPEW, 2008, UK. 2008, p. 76-88.

KIM, T. A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics an nonlinear capacity effects. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 26, Dezembro 2011.

MANWELL, J. F.; MCGOWAN J. G. Lead acid battery storage model for hybrid energy systems. Solar Energy, 1993.