

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: XXI Jornada de Pesquisa

TRATAMENTO E CONVERSÃO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DOS CONCEITOS DE LIMITE¹

Eliane Miotto Kamphorst², Cátia Maria Nehring³.

¹ Projeto de pesquisa realizado no programa de pós graduação nível de doutorado da UNIJUI.

² Doutoranda do Programa de Pós-Graduação Educação nas Ciências / UNIJUI. Professora (URI). Coordenadora do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Docência (PIBID). Pesquisadora do Grupo de Estudos de Matemática e Física - GEMF, Membro do GEEM. anne@uri.edu.br.

³ UNIJUI - DCEEEng - GEEM. catia@unijui.edu.br

Introdução

Diversos são os estudos que apontam dificuldades em relação à aprendizagem de conceitos matemáticos no início do ensino superior, especialmente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CURY, 2009), na qual tais dificuldades são evidenciadas pelos elevados índices de reprovação e evasão. Nos ementários da disciplina de Cálculo constam os conceitos de limite, continuidade, derivadas e integrais e, a vasta aplicabilidade destes justifica sua inclusão no rol de disciplinas obrigatórias, nos currículos de cursos de ensino superior, da área das engenharias e das ciências exatas, entre outras. Embora o limite historicamente não tenha sido o ponto de partida para a origem dos demais conceitos do Cálculo, hoje, constitui o alicerce para a formalização conceitual da maioria dos conceitos da disciplina, justificando-se assim, a preocupação em relação à aprendizagem desse conceito.

Para Duval (2009), uma das causas do insucesso da aprendizagem matemática está relacionada à dificuldade que os estudantes têm em diferenciar o objeto matemático estudado da representação que o torna acessível, sendo esta essencial para a compreensão de conceitos. Para o autor, um Registro de Representação Semiótica deve permitir o cumprimento de três atividades cognitivas:

Primeiramente, construir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado. Em seguida, transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação as representações iniciais. Enfim, converter as representações produzidas em um sistema em representações de um outro sistema, de tal maneira, que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado. (DUVAL, 2009, p. 36-37).

Segundo Duval (2009), os conceitos matemáticos só são acessíveis por meio da mobilização de pelo menos dois registros de representação semiótica e, à medida que o educando consegue estabelecer relações entre estas, a aprendizagem se estabelece. Duval (2006) define ainda, dois tipos de atividades semióticas totalmente diferentes: tratamento e conversão. A primeira é uma transformação de representações realizadas dentro do mesmo registro e, a segunda, consiste na mudança de um registro para o outro sem alterar os objetos matemáticos que estão em jogo. Assim sendo, o presente ensaio teórico tem por objetivo analisar as transformações realizadas, por um grupo de graduandos, ao mobilizar diferentes registros de representação semiótica do conceito de limites, considerando a proposição de um questionário.

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

Procedimentos Metodológicos

A metodologia de investigação usada é de natureza qualitativa e interpretativa, proposta a partir da aplicação de um questionário com cinco questões relativas ao conceito de limite, a um grupo de quatro estudantes de Cálculo de cursos de Engenharia Civil, Engenharia Elétrica, Matemática e Química Industrial, identificados por A, B, C e D, respectivamente. As questões foram as seguintes:

- 1) Como você explicaria para um colega o que é limite de uma função?
- 2) O que significa afirmar que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$?
- 3) Como você calcularia o limite da função $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ quando x tende a 2?
- 4) Observando o gráfico da função $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, abaixo apresentado, aponte e comente acerca do limite desta função quando x tende a 2.

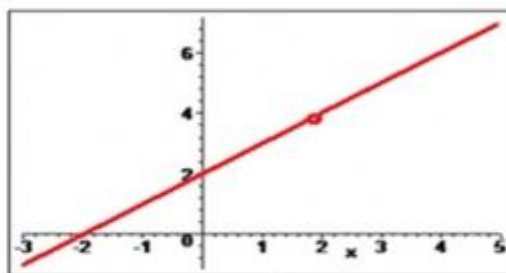


FIGURA 2: Gráfico usado na questão quatro.

- 5) Observe e interprete os valores a seguir tabelados.

TABELA 1: Valores Tabelados de $f(x)$

x	1,9	1,99	1,999	1,9999	2	2,0001	2,001	2,01	2,1
$f(x)$	3,9	3,99	3,999	3,9999	4	4,0001	4,001	4,01	4,1

As questões foram aplicadas, no ano de 2014, em período extraclasse, após os mesmos já terem estudado o conceito de limites na disciplina de Cálculo e obterem um bom desempenho nas respectivas avaliações. As análises dos procedimentos realizados pelos estudantes são sustentadas teoricamente na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2006), focando especialmente nas transformações que estes acadêmicos realizaram entre um mesmo registro de representação (atividade de tratamento) e entre diferentes registros de representação (atividade de conversão).

Resultados e Discussões

O conceito de limite consiste no primeiro contato de estudantes com a matemática do ensino superior. Sua compreensão certamente demanda a compreensão de vários conceitos matemáticos do ensino básico, dentre eles: funções, expressões numéricas e algébricas. De modo intuitivo o cálculo

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: XXI Jornada de Pesquisa

de limite de uma função consiste na obtenção de um possível valor do qual a imagem da função se aproxima à medida que a variável independente da função assume valores cada vez mais próximos de um valor (finito ou infinito) de interesse. Tal resultado permite a caracterização da função no ponto de interesse, permitindo identificar a presença ou ausência de descontinuidades, por exemplo. Guidorizzi (2000) apresenta a definição do conceito de limite com base nas vizinhanças ϵ e δ dos valores da abscissa p e da imagem L , respectivamente. Segundo o autor, o limite de uma função $f(x)$ quando x tende para um número p , o que é algebricamente indicado por $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = L$, existe e é igual a um número L , se "para todo $\epsilon > 0$ dado, existe $\delta > 0$ tal que para todo $x \in D_f$, $p - \delta < x < p + \delta$, $x \neq p \implies L - \epsilon < f(x) < L + \epsilon$," (2000, p.71). Para ilustrar tal definição, Guidorizzi apresenta ainda, o gráfico indicado na Figura 1.

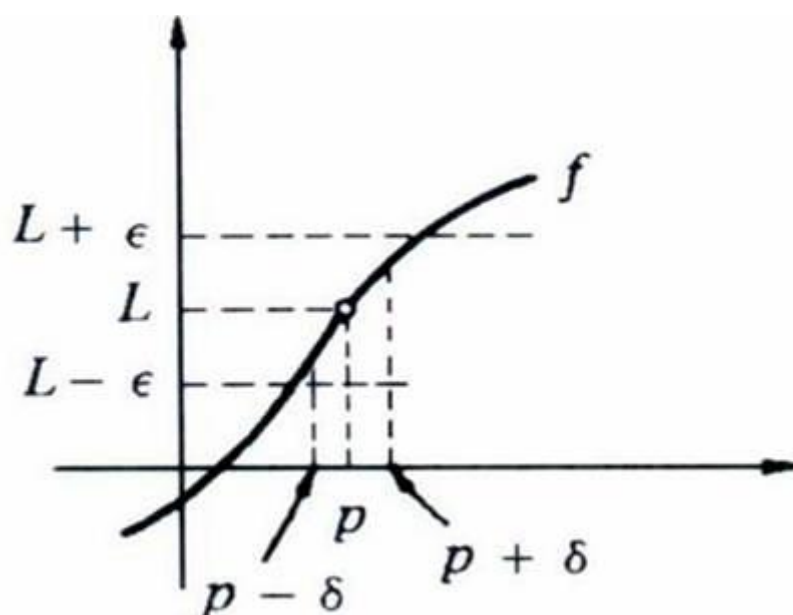


FIGURA 1: Gráfico ilustrativo do Limite da função f .

A análise dos procedimentos dos acadêmicos é considerada em três registros distintos de representação do conceito de limite: registro figural, registro simbólico e o registro da língua natural. Os mesmos são apresentados no diagrama a seguir.

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: XXI Jornada de Pesquisa



Fonte: Produção das Autoras

O registro de representação figural consiste da representação gráfica do conceito de limite, este podendo consistir do gráfico de funções ou alguma representação geométrica usada para ilustrar o limite. Nele, o tratamento constitui-se a partir da execução dos seguintes procedimentos: a construção, a observação e a interpretação do registro com vistas a constatação do valor e da existência ou não de um determinado limite.

Os registros simbólicos consistem das representações algébricas e numéricas ou tabulares. As representações algébricas são mobilizadas a partir do emprego das notações, propriedades e do desenvolvimento algébrico do cálculo de limite. As representações numéricas podem ser observadas a partir da elaboração de tabelas com valores numéricos para as variáveis independente e dependente de uma função e, a sua consequente observação e análise com o propósito de identificar um possível limite da função. Neste cenário, a articulação de representações algébricas e numéricas consiste em um tratamento, haja vista que esta atividade se limita ao "trânsito" por um único registro de representação, o simbólico.

O registro da língua natural do conceito de limite consiste de toda forma de manifestação oral ou escrita da interpretação e/ou compreensão acerca do tema. Uma atividade de tratamento dentro deste registro pode perpassar pela expressão da definição formal ou da noção intuitiva de limite, de propriedades ou característica, bem como, da descrição oral ou escrita de um procedimento ou de um determinado limite.

No Quadro 1 apresentamos a síntese das atividades de tratamento e conversão constatadas, exemplificando-as com a apresentação de algumas das resoluções.

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico
Evento: XXI Jornada de Pesquisa

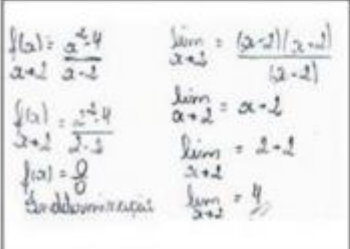
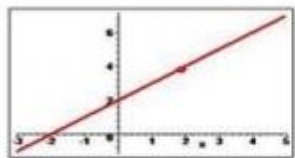
Questão	Tratamento
1) Como você explicaria para um colega o que é limite de uma função?	Os quatro acadêmicos responderam única e exclusivamente através do emprego do registro da língua natural. O Acadêmico C procura ainda, contextualizar o limite a partir de uma situação envolvendo a descrição de um procedimento em um quadrado. - Quando em uma função para certo valor de x, os valores de y se aproximam de um mesmo valor tanto pelo lado esquerdo como pelo direito. (ACADÊMICO A). - Podemos dizer que o limite descreve uma função, quando se aproxima de um valor. (ACADÊMICO B). - se eu pintar a metade de um quadrado, essa parte irá corresponder a $\frac{1}{2}$ de área do quadrado. Pintando a metade do que restou, vou ter mais $\frac{1}{4}$, e assim sucessivamente, sempre vou pintando metade da parte restante. Se eu somar a área de cada parte pintada, vou obter um valor muito próximo de 1, ou seja, a área pintada vai se aproximar cada vez mais de um, a medida que for pintando mais partes, só que nunca vai assumir esse valor. (ACADÊMICO C).
Questão	Conversão
2) O que significa afirmar que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$?	Todos acadêmicos utilizaram de registros da língua natural a fim de manifestar a interpretação de uma representação algébrica (registro simbólico). - Quando x se aproximar do valor dois tanto pela esquerda como pela direita, o y se aproxima de quatro. (ACADÊMICO D). - o limite é quatro, pelo fato da imagem da função se aproximar desse valor, sem a necessidade de assumir o valor quatro, à medida que x tende para dois. (ACADÊMICO C).
Questão	Tratamento
3) Como você calcularia o limite da função $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ quando x tende a 2?	Todos acadêmicos se limitaram a apresentar a resolução algébrica do limite (registro simbólico), perpassando pela identificação da indeterminação, a simplificação algébrica e a obtenção do resultado, sem fazer uso do registro da língua natural. 

FIGURA 2: Resolução do Acadêmico B.

Questão	Conversão
4) Observando o gráfico da função $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, abaixo apresentado, aponte e comente acerca do limite desta função quando x tende a 2.	Os quatro acadêmicos conseguiram observar corretamente o valor do limite a partir de um registro figural (representação gráfica) e, posteriormente, explicitar o fato através do registro da língua natural. O Acadêmico D, em seu registro da língua natural, também expôs o procedimento (tratamento) por ele empregado para a constatação do valor do referido limite. - Quando x tende a dois tanto pelo lado esquerdo quanto pelo lado direito, a imagem de f(x) se aproxima de quatro, logo o limite de f(x) quando x tende para o número dois é quatro. (ACADÊMICO C). - Olhando quando x tende a dois tanto pela direita como pela esquerda, o limite vai ser quatro. Para tanto, basta imaginar uma reta vertical em $x = 2$, depois olhar no eixo y, observando assim que o limite é quatro. (ACADÊMICO D). 

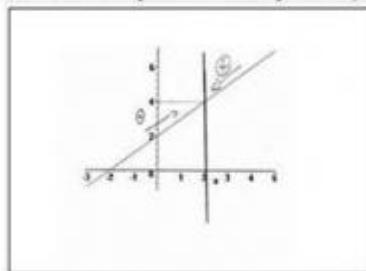


FIGURA 3: Ilustração utilizada pelo Acadêmico D.

Questão		Tratamento	Conversão
1) Observe e interprete os valores a seguir tabelados.		Os quatro acadêmicos realizaram uma atividade de tratamento no registro simbólico ao reconhecer o valor do limite a partir da representação numérica apresentada, bem como, ao expressar corretamente tal resultado fazendo uso da	Os quatro acadêmicos também realizaram uma atividade de conversão ao mobilizar o registro na língua natural a partir da correta interpretação da representação numérica (registro simbólico).
x	$f(x)$		
1,9	3,9		
1,99	3,99		

Modalidade do trabalho: Ensaio teórico

Evento: XXI Jornada de Pesquisa

QUADRO 1: Síntese dos Procedimentos Realizados pelos Estudantes

Considerações Finais

Segundo Duval (2006) a aprendizagem de um conceito matemático só será possível mediante a mobilização de diferentes registros de representação deste mesmo objeto e, se concretiza a partir da capacidade de realizar transformações dentro de um mesmo registro de representação (tratamento) e, em especial, da sua capacidade de realizar transformações entre dois ou mais registros simultaneamente (conversão).

Embora todas as cinco questões propostas pudessem induzir a fazer uso do registro da língua natural, a análise das respostas reflete um desempenho satisfatório no que tange ao domínio dos estudantes em relação aos diferentes registros de representação semiótica do conceito de limite (figural, simbólica e da língua natural). Também foi possível evidenciar algumas atividades de tratamento e conversão envolvendo diferentes registros de representação do conceito de limite.

Dentre as cinco questões aplicadas, em apenas uma, na questão de número três, não foi constatada a realização de uma atividade de conversão. Acreditamos que este fato possa ser justificado pela ênfase na representação algébrica, ainda dada por parcela significativa dos professores de matemática de todos os níveis escolares.

Outro aspecto que pode ser destacado a partir da análise das resoluções, diz respeito à mobilização da noção intuitiva de limite mobilizada pelos quatro acadêmicos, nas respostas dadas para a questão um, ao invés de mobilizar o seu conceito formal, conforme apresentado na seção anterior. Todavia, a manifestação de um registro na língua natural da definição formal não garante a realização de uma atividade de tratamento, muito menos viabilizaria uma possível atividade de conversão, visto que esta definição poderia ser fruto de um processo de memorização e não de compreensão.

Palavras Chave: Aprendizagem do Conceito de Limite; Cálculo Diferencial e Integral; Registros de Representação Semiótica.

Referencias

CURY, H. N. (2009). Pesquisas em análise de erros no ensino superior: retrospectiva e novos resultados. In: FROTA, M.C.R.; NASSER, L. (Orgs.). Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates. Recife: SBEM, p. 223-238.

DUVAL, R. Quelle Sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? Revista Latino Americana de Investigación en Matemática Educativa, 2006, Vol.9(1), p.45-82

_____. Semiósio e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Coleção contextos da ciência – fascículo1. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da física, 2009.

GARZELLA, F. A. C. A Disciplina de Cálculo I: Análise Das Relações Entre as Práticas Pedagógicas do Professor e seus Impactos nos Alunos. Disponível em: <http://www.fe.unicamp.br/alle/teses_dissert_tcc/arquivos/tesefabianacolombo.pdf> Acesso em: 18 abr. 2014.

GUIDORIZI, L. A. Um curso de Cálculo. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., 2000.