

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

MODELAGEM MATEMÁTICA CAIXA PRETA DE PROPULSORES ELETROMECCÂNICOS¹

Leila Ana Valer², Manuel Martín Pérez Reibold³.

¹ Pesquisa realizada no Programa de Mestrado e Doutorado em Modelagem Matemática da Unijuí

² Aluna do curso de Mestrado em Modelagem Matemática da Unijuí

³ Professor Dr. do Departamento de Ciências Exatas e Engenharias da Unijuí

As aeronaves não tripuladas, desenvolvidas pelos militares, nos últimos anos, têm sido exploradas no meio civil. Estas naves autônomas e de pequeno porte são utilizadas em situações que podem causar risco à vida humana. Atualmente, estão sendo aplicadas na inspeção de redes elétricas, monitoramento de fronteiras, busca e salvamento, mapeamento ambiental, monitoramento de lavouras e filmagens aéreas em eventos (PAULA, 2012).

Dentre as diferentes configurações de aeronaves não tripuladas, o multirrotor vem se destacando por apresentar melhor custo benefício na sua construção e manutenção. O posicionamento dos rotores permite que ela aterrisse e decole verticalmente, além de realizar voo pairado. Todavia, a dinâmica destes movimentos desafia a investigação científica na área de controle. Em hipótese preliminar, a obtenção do modelo matemático que descreve o desempenho dos propulsores eletromecânicos, atende a essa demanda.

Entretanto, a dinâmica comportamental do propulsor eletromecânico é influenciada por diversos fenômenos físicos, que são de difícil observação e verificação. Diante disso, a modelagem matemática conceitual torna-se inviável perante a consistência de seus modelos. A Identificação de sistemas surge como uma técnica alternativa à modelagem conceitual ou caixa branca (REIMBOLD, et.al. 2012). Esta formula seus modelos através da análise dos dados de entrada e saída (AGUIRRE, 2007). Tal processo é denominado de identificação caixa preta (LJUNG, 1998). Neste sentido, o objetivo deste trabalho é obter um modelo matemático caixa preta para os propulsores eletromecânicos utilizados em aeronaves do tipo multirrotor.

Metodologia

Neste trabalho propõe-se a modelagem matemática de um propulsor eletromecânico, aplicando a teoria de identificação de sistemas. A pesquisa se desenvolve a partir das seguintes etapas: testes dinâmicos e coletas de dados, escolha da representação matemática, determinação da estrutura, estimação de parâmetros e validação do modelo.

A partir da investigação do funcionamento do sistema de propulsão eletromecânico, primeiramente identificam-se as grandezas físicas necessárias ao modelo matemático e, posteriormente, constrói-se a plataforma experimental. O modelo procurado descreve a relação matemática entre a corrente aplicada no sistema $i(k)$, e a velocidade de rotação do motor $v(k)$. Dessa forma, a partir da plataforma experimental ilustrada na Figura 1(a), coletam-se dois conjuntos de dados de

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

entrada/saída, um para a estimação dos parâmetros e outro para a validação do modelo, conforme ilustra a Figura 1(b).

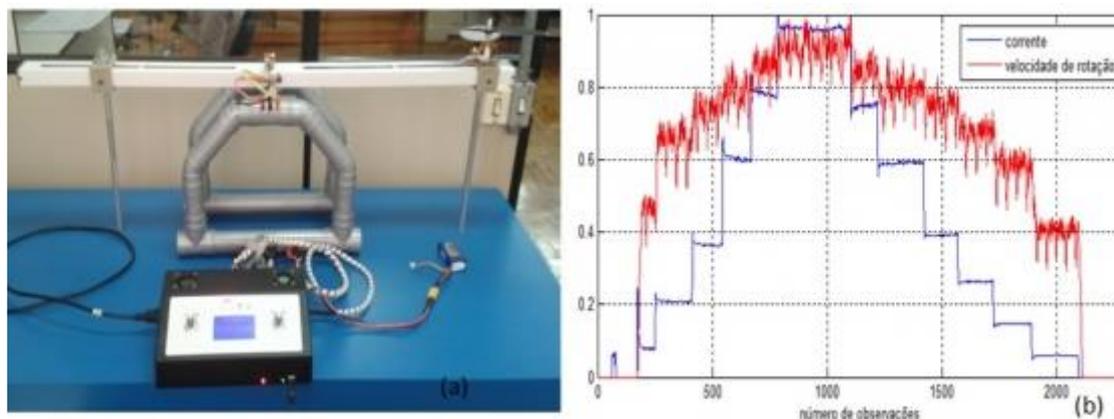


Figura 1: (a) Plataforma experimental. (b) Dados de entrada/saída do sistema.

O sinal de entrada aplicado no sistema é o degrau com diferentes amplitudes de corrente. O tempo de amostragem obedece ao critério do teorema de Shannon/Nyquist (SHANNON, 1949), o qual estabelece que a frequência da amostragem deve ser maior que o dobro da frequência do sinal a ser amostrado. Sendo assim, o valor utilizado para o intervalo de amostragem (T_a), i.e., intervalo entre os valores observados, é de 0,04s.

Com os dados coletados e organizados computacionalmente, é possível estudar técnicas matemáticas para a análise dos mesmos. Inicialmente, aplicam-se os testes de estacionariedade, testes ADF e KPSS, sobre os dados e escolhe-se a representação do modelo. Em seguida, aplicam-se as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para a identificação da estrutura do modelo. Posteriormente, estimam-se os parâmetros pelo método de mínimos quadrados estendido. Por fim, pela comparação da simulação do modelo com os dados da plataforma e análise residual, o modelo é validado.

A representação matemática utilizada é o ARIMAX (Auto Regressive Integrated Moving Average Exogenous inputs), a qual é capaz de representar processos lineares estacionários e processos não estacionários homogêneos com entradas exógenas. Esta representação é apresentada pela seguinte estrutura polinomial (BOX, et.al., 2008):

$$v(k) = \frac{B(q)}{A(q)} i(k - nk) + \frac{C(q)}{A(q)} \frac{e(k)}{(1 - q)^d} \quad (1)$$

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

Onde $A(q)$, $B(q)$, $C(q)$ são matrizes polinomiais, $i(k)$ é o sinal de entrada, e nk é o atraso da entrada, $v(k)$ é o sinal de saída e $e(k)$ é o sinal de perturbação. Os polinômios são definidos por:

$$A(q) = 1 - a_1q^{-1} - \dots - a_{na}q^{-na} \quad (2)$$

$$B(q) = b_1q^{-1} + \dots + a_{nb}q^{-nb} \quad (3)$$

$$C(q) = 1 + c_1q^{-1} - \dots - c_{nc}q^{-nc} \quad (4)$$

Sendo, na , nb e nc os graus dos polinômios $A(q)$, $B(q)$, $C(q)$, em função do operador de atraso q , respectivamente e $1/(1-q)$ o fator de integração no modelo.

Cabe ressaltar que todos os testes aplicados para a obtenção do modelo, são realizados a partir de funções implementadas no programa MatLab, nos toolbox Econometrics e System Identification.

Resultados e discussões

O modelo proposto deve descrever a relação de causa e efeito entre, a grandeza física corrente, $i(k)$ e a velocidade de rotação do motor, $v(k)$ do sistema de propulsão eletromecânico. A partir da análise dos resultados dos testes ADF e KPSS, constata-se a não estacionariedade nos dados. Desta forma, aplica-se o operador de diferenciação aos dados e, em seguida, refaz-se os testes de estacionariedade. Pelos resultados obtidos, verifica-se que a série de dados é estacionária após uma diferenciação. Assim, escolhe-se uma representação autorregressiva que contém o fator de integração. Consequentemente, o fator de integração é 1, pois com apenas uma diferenciação aos dados chega-se a estacionariedade dos mesmos.

A estrutura do modelo é composta pelo $d = 1$, pois diferencia-se uma vez as séries, $p = 4$ obtido pela PACF (função de autocorrelação parcial) do sinal de saída, $q = 4$ obtido pela ACF (função de autocorrelação) do sinal de saída e $r = 1$, para o número de atraso da entrada e, ainda, considera-se um delay de três atrasos de entrada no modelo. Desta forma o modelo proposto é um modelo ARIMAX (4,1,4,1), i.e., um modelo Autorregressivo Integrado Média Móvel com Entrada Exógena de ordem (4,1,4,1).

Após a escolha da representação e da estrutura do modelo, estimam-se os valores dos coeficientes de cada polinômio que compõe o modelo. Para a estimação dos parâmetros utiliza-se o comando da função `polyest`, implementada no toolbox System Identification no programa Matlab. A tabela 1 apresenta os parâmetros identificados através desta função.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

	1	q^{-1}	q^{-2}	q^{-3}	q^{-3}
A(q)	1,0000	0,0759	0,0760	0,0759	-0,9218
B(q)	0	0	0	0,0291	
C(q)	1,0000	0,0232	0,0312	0,0349	-0,9086

Tabela 1: Parâmetros do modelo ARIMAX (4,1,4,1).

A tabela 1 exhibe os polinômios A(q), B(q) e C(q) em função do operador de atraso q. Na linha do polinômio A(q) são os valores correspondentes aos coeficientes da variável de saída do sistema; na linha B(q) são os valores dos coeficientes da variável de entrada e na linha C(q) são os valores correspondentes do processo ruído do modelo. O modelo ARIMAX (4,1,4,1) gerado com a seus respectivos parâmetros é descrito na equação (5).

$$\begin{aligned}
 v(k) = & -0,0759 v(k-1) - 0,0760 v(k-2) - 0,0759 v(k-3) + \quad (5) \\
 & 0,9218 v(k-4) + 0,0291 i(k-3) + e(k) + 0,0232 e(k-1) + \\
 & 0,0312 e(k-2) + 0,0349 e(k-3) - 0,9086 e(k-4)
 \end{aligned}$$

A equação de diferença em (5) indica que, o valor atual da velocidade de rotação em RPM (Rotação Por Minuto), v(k) depende de quatro valores anteriores da própria velocidade de rotação, mais um valor anterior da corrente, i(k), aplicada ao sistema, e de quatro valores anteriores e o atual, do processo da média móvel do sistema, representado por e(k). Em seguida, aplica-se ao modelo obtido técnicas de validação.

O modelo identificado obteve um ajuste de 95,6 % aos dados da plataforma, conforme ilustrado na Figura 2, onde é apresentado o desempenho comportamental do sistema e a resposta do modelo obtido.

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico
Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

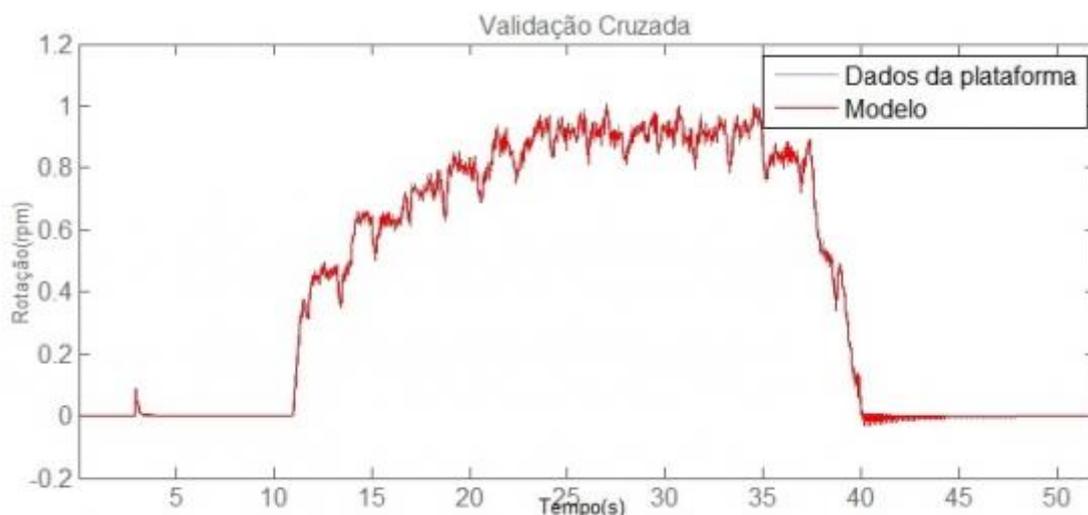


Figura 2: Gráfico do modelo estimado versus dados da plataforma.

A validação cruzada indica que o modelo é capaz de representar de forma satisfatória os dados experimentais. A diferença entre, os dados observados e os dados calculados pelo modelo, atingem valores pequenos, oscilando em torno de zero, com uma amplitude máxima de 0,0438 e a mínima de -0,0432. Isto mostra que a diferença entre os dados calculados pelo modelo e os observados não apresentam diferenças significativas. Além disso, o vetor de resíduos deve ser caracterizado por um processo de ruído branco ou aleatório (BOX, et al. 2008). A verificação desta característica é dada pela análise da função de autocorrelação residual apresentada pelo gráfico da Autocorrelação do resíduo da Figura 2 (a).

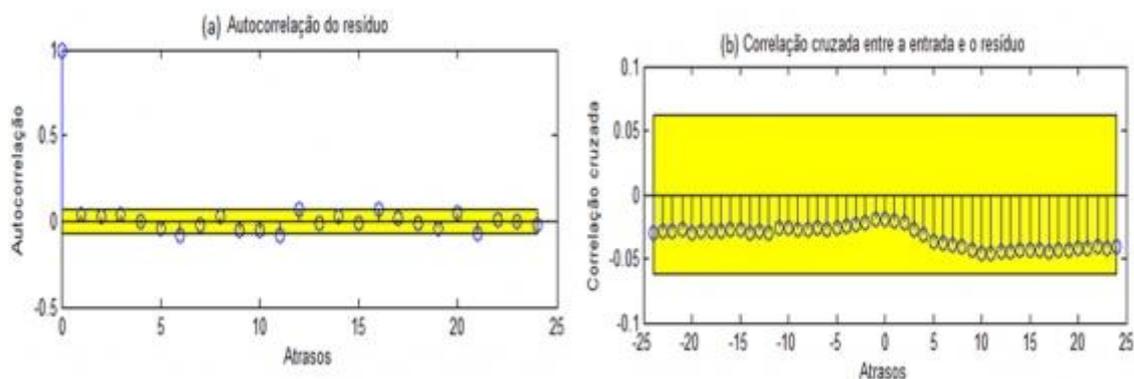


Figura 2: (a) Autocorrelação residual. (b) Correlação cruzada residual.

Pelo correlograma da correlação cruzada entre a entrada e o resíduo apresentado da Figura 2(b), observa-se que 99 % dos atrasos são considerados nulos, pois estão dentro do intervalo de confiança estabelecido como sendo uma autocorrelação estatisticamente nula. Desta forma, os resíduos são considerados aleatórios e não apresentam informações importantes para o modelo. O resultado da

Modalidade do trabalho: Relatório técnico-científico

Evento: XXIV Seminário de Iniciação Científica

função de correlação cruzada entre a entrada e o resíduo permite assegurar que não há dependência do resíduo em relação a entrada (corrente). Neste contexto, é possível afirmar que o modelo encontrado representa de forma satisfatória a dinâmica do sistema propulsor eletromecânico modelado.

Conclusão

Este artigo aborda a formulação de um modelo matemático autorregressivo, através da técnica de modelagem caixa preta. O objeto de estudo foi a dinâmica comportamental de propulsores eletromecânicos, utilizados em naves não tripuladas do tipo multirrotor. A técnica utilizada se justifica pelo fato de que, neste sistema, ocorrem diversos fenômenos físicos que não são de fácil observação, e que interferem na dinâmica do mesmo. Neste sentido, a modelagem conceitual pode tornar-se menos consistente que a modelagem caixa preta, pois esta obtém seus modelos analisando somente os dados de entrada e saída que detêm todas as informações do sistema a ser modelado. Após a aplicação das etapas de modelagem obteve-se o modelo ARIMAX (4,1,4,1), que se mostra capaz de descrever a dinâmica comportamental dos propulsores eletromecânicos. A contribuição deste trabalho é o estudo e aplicação da teoria de identificação de sistema, bem como, na obtenção de um modelo alternativo, capaz de auxiliar no projeto e construção de aeronaves do tipo multirrotor. Os resultados apresentados motivam a investigação de outras técnicas disponíveis na literatura, a fim de que se possa aprimorar o modelo obtido neste estudo.

Palavras-chave

Identificação de sistemas; Modelo autorregressivo; Aeronave VTOL; Multirrotor.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPERGS (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul) pela bolsa concedida.

Referências bibliográficas

- AGUIRRE, L. A. Introdução a Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais, 3. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2007.
- BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. and REINSEL, G. C. Time Series Analysis, Forecasting and Control. 3^a. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2008.
- LJUNG, L. System Identification: Theory for the User, Pearson Education, 1998.
- OST, A. Modelagem Matemática do conjunto ESC-Motor-Hélice de um vant utilizando identificação de sistemas. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, 2015.
- PAULA, J. C. Desenvolvimento de um VANT do tipo Quadrirrotor para obtenção de imagens aéreas em alta definição. 103 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2012.
- REIMBOLD, M. et. al. Modelo estocástico arx e armax de rotores deformáveis MEMS. Anais do XIX Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2012. ISBN: 978-85-8001-069-5, 2012.
- SHANNON, C. E. Communications in the presence of noise, in Proceedings of IRE, 1949.