

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

PROCESSO DE APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE VETOR POR ESTUDANTES DE ENGENHARIA¹
LEARNING PROCESS OF THE CONCEPT OF VECTOR FOR ENGINEERING STUDENTS

Viviane Roncaglio², Cátia M. Nehring³

¹ Trabalho de Pesquisa desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências - área Matemática.

² Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências. Integrante do Grupo de Estudos em Educação Matemática ? GEEM.

³ Professora Orientadora do Programa de Pós-Graduação Mestrado e Doutorado em Educação nas Ciências ? UNIJUI ? DCEEng. Pesquisadora do Grupo de Estudos em Educação Matemática ? GEEM.

Resumo: A presente escrita é um recorte da pesquisa desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências - Mestrado, pela primeira autora, com orientação da segunda, a qual teve por objetivo analisar registros produzidos por estudantes de Engenharia em atividades de tratamento e conversão, considerando conceitos trabalhados na disciplina de Geometria Analítica e Vetores (GAV) a partir da Teoria dos Registros de Representação de Duval (2003, 2009) na perspectiva da apreensão conceitual do conceito de vetor e suas operações. Os dados empíricos deste recorte, foram organizados a partir dos seguintes instrumentos, uma questão da última avaliação e o argumento de quatro estudantes a partir do procedimento realizado por estes na avaliação em encontros de monitoria. O encontro de monitoria foi transcrito e analisado os argumentos, na perspectiva do estabelecimento de sentidos e significados conceituais. Alguns dos resultados encontrados apontam para a dificuldade dos estudantes em significar os elementos de formação do vetor, módulo, sentido e direção. Para eles, esses elementos não fazem sentido algum, e revelam de forma clara a sua falta de compreensão do conceito, ou seja, não conseguem estabelecer as significações conceituais, indicando que a atividade de ensino, precisa organizar estratégias de enfrentamento a essa questão.

Abstract: The present writing is a cut of the research developed in the Post-Graduate Program in Education in the Sciences - Masters, by the first author, with orientation of the second one, whose objective was to analyze records produced by Engineering students in treatment and conversion activities, Considering concepts developed in the discipline of Analytical Geometry and Vectors (GAV) from the Theory of Duval Representation Registers (2003, 2009) from the perspective of the conceptual apprehension of the concept of vector and its operations. The empirical data of this clipping were organized from the following instruments, a question of the last evaluation and the argument of four students from the procedure performed by them in the evaluation in meetings of monitoring. The monitoring meeting was transcribed and analyzed the arguments, in the perspective of the establishment of conceptual meanings and meanings. Some of the results point to the students' difficulty in signifying the elements of vector formation, module, direction and direction. For them, these elements do not make any sense, and clearly reveal their lack of understanding of the concept, that is, they can not establish the conceptual meanings, indicating

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

that the activity of teaching, needs to organize coping strategies to that question.

Palavras-Chave: Conceito de Vetor. Ensino em Engenharia. Sentido e significado conceitual. Registros de Representação Semiótica.

Keywords: Concepts Vector. Engineering Teaching. Conceptual meaning and meaning. Registers of Semiotic Representation.

Introdução

Os currículos dos cursos de Engenharia apresentam disciplinas Matemáticas que exploram conceitos fundamentais necessários à formação do engenheiro. Um desses conceitos, trabalhado em praticamente todos os cursos de Engenharia, é o de vetor, estudado nos primeiros semestres do curso. Geralmente, este conceito é explorado nas disciplinas de GAV ou de Álgebra Linear. Em nossa pesquisa, (RONCAGLIO, 2015), o conceito de vetor foi trabalhado na disciplina de GAV, na qual foram considerados elementos fundamentais mediante a utilização da estrutura vetorial no tratamento de conceitos como, segmento de reta orientada, distâncias, ângulos, áreas, volume, equação da reta e equação do plano. O conceito básico na disciplina é vetor. Tudo nela gira em torno deste conceito, ou seja, para entender o significado das operações e o motivo pelo qual se opera é de fundamental importância que o estudante o compreenda, não só na disciplina de GAV, mas também pelo fato de ser explorado em outras disciplinas no decorrer do curso e, principalmente, em situações da profissão de engenheiro.

O conceito de vetor relaciona-se ao de grandeza quando esta considera a ideia de módulo, sentido e direção. Por essa razão, apresenta-se como fundamental para os engenheiros. Os estudantes desconhecem a importância de tal conceito para a sua formação, ou a sua aplicação em diferentes situações da sua profissão, e apresentam dificuldades em sua utilização, perspectiva reforçada na pesquisa de Castro (2001) e em produções de Roncaglio e Nehring (2015, 2016). Disciplinas de GAV e Álgebra Linear são apontadas como aquelas que contribuem para o alto índice de reprovação e desistência dos estudantes ao longo do curso de Engenharia. As dificuldades podem ser compreendidas a partir dos elementos teóricos dos Registros de Representação Semiótica no processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos e na aprendizagem de conceitos científicos, a partir de Vygotsky (1994, 2008).

Teoria dos Registros de Representação Semiótica a Aprendizagem e o Conceito de Vetor

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica^[1], desenvolvida por Duval (2003), tem sido utilizada, principalmente, em pesquisas que visam à aquisição de conhecimento e à organização de situações de aprendizagem. O autor defende a ideia de que para o aluno aprender Matemática é preciso que ele tenha acesso a ela, e que saiba coordenar as diferentes representações provenientes de distintos registros.

As Representações Semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

significado e de funcionamento” (Duval, 1993 apud Damm, 2012, p. 176). Para o autor, um mesmo objeto matemático pode ser representado de várias formas, ou por meio de vários sistemas. Por exemplo, uma função linear pode ser representada por uma expressão algébrica, por um gráfico, ou mesmo por uma tabela.

A comunicação em Matemática ocorre por meio de representações semióticas. Desse modo, é imprescindível que ao aprendê-la, os estudantes não confundam os objetos e suas respectivas representações, pois uma coisa é o objeto matemático, e outra é a sua representação. As representações semióticas são fundamentais para que os sujeitos elaborem a construção do seu conhecimento, uma vez que elas possibilitam o desenvolvimento de funções cognitivas essenciais ao pensamento humano.

A Teoria dos RRS considera a mobilização de uma variedade de representações: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural. Neste sentido, Duval (2003, p. 14) enfatiza que “[...] a originalidade da atividade Matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar, a todo momento, de registro de representação”.

A compreensão da variedade de registros de representação utilizados em Matemática determina o seu ensino e sua aprendizagem. De acordo com Duval (2009), a aprendizagem de conceitos matemáticos constitui um campo de estudo privilegiado para análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas, e mesmo a compreensão de textos. Essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural ou das imagens, ou seja: sistemas variados de escrituras para os números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógicas que adquirem o *status* de linguagem, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc.

Para analisar a atividade Matemática numa perspectiva de ensino e de aprendizagem, Duval (2003) afirma ser necessária uma abordagem cognitiva sobre os dois tipos de transformações de representações, consideradas fundamentais para esta análise: os tratamentos e as conversões de registros de representações semióticas. Por meio deles é possível analisar as atividades Matemáticas desenvolvidas pelos alunos em uma situação de ensino. Duval (2003, p. 16) define as transformações de tratamentos e conversões como sendo:

[...] transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. [...] as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados; por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação a sua representação gráfica.

A compreensão em Matemática, portanto, implica na capacidade de os sujeitos mudarem

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

de RRS. A dificuldade se deve ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível. Ou seja, “o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado” (DUVAL, 2003, p. 22). Passar de um registro a outro não é somente mudar o modo de tratamento, é preciso também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto.

De modo geral, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Duval, auxilia o processo de aquisição de conhecimento, propondo a mobilização de várias representações de um conceito, utilizando para isso, dois tipos de atividades, atividade de tratamento e atividade de conversão, pelo fato de que é o aluno em processo de aprendizagem que precisa realizar a ação. Considerando que um conceito para ser mobilizado necessita de diferentes registros de representação, pode-se afirmar que um conceito não se forma sozinho, mas sim em relação com outros, formando um sistema de conceitos, por um campo conceitual. Para Vigotsky (2008, p.104)

[...] um conceito é mais do que a soma de certas conexões associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento, só podendo ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança já tiver atingido o nível necessário.

De acordo, com a concepção de Vigotsky, a significação de um conceito está intimamente relacionada com a abstração e a generalização e corresponde à evolução de níveis de apreensão e significação das palavras. A apropriação dos conceitos matemáticos acontece por meio de abstrações e generalizações, os quais estão relacionados com a mobilização de diferentes tipos de representação, ou de registros de representação, de um conceito, que são expressas pela linguagem matemática. Neste sentido, o aprendizado em matemática está não apenas na mobilização destes registros de representação dos conceitos, mas também na formalização dos mesmos.

Para tanto, no processo de ensino e aprendizado em matemática, é necessário proposição de situações didáticas e pedagógicas que permitam com que os alunos mobilizem os diferentes registros de representação, em atividades de conversão e tratamento, pois essa mobilização envolve diferentes abstrações, significações e generalizações, aspectos fundamentais para o aprendizado em matemática.

Um conceito fundamental para o entendimento do processo cognitivo humano em Vigotsky (1994) é a Zona de Desenvolvimento Proximal, conceito este que considera dois níveis, o primeiro é o *Nível de Desenvolvimento Real*, resultado do desenvolvimento das funções mentais da criança, de ciclos já completados, ou seja, é desenvolvimento atividades que podem ser realizadas pelos sujeitos, sem ajuda/auxílio de outros *sujeitos*, por serem atividades nas quais seus conceitos já foram desenvolvidos, já estão internalizados, e o segundo é o *Nível de Desenvolvimento Potencial*, são as atividades que para serem desenvolvidas necessitam de ajuda de outras pessoas/sujeitos. Deste modo, a *Zona de Desenvolvimento Proximal* é

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

[...] a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes (VIGOTSKY, 1994, p.112).

Ou seja, a ZDP, é caracterizada por aquelas funções que ainda não amadureceram, que estão por amadurecer.

[...] Essas funções poderiam ser chamadas de “brotos” ou “flores” do desenvolvimento, ao invés de “frutos” do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente (VIGOTSKY, 1994, p.113).

A partir do momento, que o professor compreende o conceito de ZDP, isso permite com que ele possa agir e desenvolver situações de aprendizagem que possibilitem com que o aluno aprenda novos conceitos, faça novas descobertas, faz com que o aluno consiga se desenvolver.

A zona de desenvolvimento proximal provê psicólogos e educadores de um instrumento através do qual se pode entender o curso interno do desenvolvimento. Usando este método podemos dar conta não somente dos ciclos e processos de maturação que já foram completados como também daqueles processos que estão em estado de formação, ou seja, que estão apenas começando a amadurecer e a se desenvolver. Assim, a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também àquilo que está em processo de maturação (VIGOTSKY, 1994, p.113).

Portanto, é na ZDP que o professor deve agir, buscando contribuir para o desenvolvimento das funções superiores nos alunos, ou seja, para o desenvolvimento de novos conceitos. Deste modo, não basta manter o aluno nos conhecimentos, ou nos conceitos já internalizados, é necessário submetê-los a novos conceitos (abstratos - científicos), pois só se aprende algo novo, mais complexo, com algo mais abstrato. Para tanto, a intencionalidade do professor, a partir de da mediação dos conceitos é fundamental, pois o sujeito não se apropria de novos conceitos apenas estando em ambientes favoráveis, seja eles quais forem, é necessário a intervenção do educador. Além disso, de acordo com Vigotsky (1994, p.117) a compreensão de ZDP, permite-nos entender que “[...] ‘o bom aprendizado’ é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento”.

Ainda de acordo, com este autor, o aprendizado constrói a ZDP, pois possibilita o desenvolvimento de diversos processos internos, os quais são postos na prática nas relações ou

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

interações sociais de cada um. Deste modo, o autor compreende que aprendizado não é desenvolvimento, mas que, a partir do momento que o educador propõe atividades que exigem conhecimentos, mais elaborados e que os alunos conseguem desenvolvê-los, permite com que eles (alunos), desenvolvam-se mentalmente atingindo os processos de desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Desta forma, “o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas (VIGOTSKY, 1994, p.118)”.

Neste sentido, acreditamos que para haver possibilidades de apropriação do significado do conceito de vetor pelo acadêmico em formação profissional, tratamentos considerando o campo da geometria e o da álgebra são fundamentais, e nessas tratativas, outros conceitos são determinantes e constitutivos de sua significação, entre os quais destacamos: a *relação de equivalência*, *segmentos orientados* e *classe de equipolência*. De acordo com Mota e Marrocos (2014, p. 16), a compreensão de relação de equivalência é fundamental na construção de objetos geométricos. A construção de uma relação de equivalência em um conjunto, para os referidos autores, tem como principal objetivo o agrupamento em classes de elementos que tem as mesmas características escolhidas a priori, de tal forma que cada uma das classes seja representada por um de seus elementos, apresentando a seguinte definição para a relação de equivalência.

Seja A um conjunto, uma relação \sim em A é uma relação de equivalência de gozadas propriedades:

Reflexiva Para todo $\alpha \in A$, $\alpha \sim \alpha$;

Simétrica Se $\alpha \sim b$, então $b \sim \alpha$;

Transitiva Se $\alpha \sim b$ e $b \sim c$, então $\alpha \sim c$ (MOTA; MARROCOS, 2014, p. 16).

Como propriedade, a reflexividade tem a finalidade de garantir que a classe de equivalência de cada um dos elementos do conjunto é não vazia, e a simetria e a transitividade de garantir que as classes ou são iguais ou disjuntas. Para Mota; Marrocos, (2014, p. 17), “Isso é suficiente para garantir que cada elemento de uma classe a determine”.

Quanto a segmento orientado, definimos, de acordo com Mota; Marrocos (2014), como um segmento para o qual se determinou uma ordem para as suas extremidades. Se A e B são pontos que determinam um segmento e são mencionados em uma ordem, de tal forma que um deles seja o ponto inicial do segmento e o outro o ponto terminal do segmento, então o referido segmento está orientado. Desta forma, os segmentos orientados possuem, assim, características específicas, tais como: comprimento, direção e sentido.

No conjunto de todos os segmentos orientados no espaço é possível identificar aqueles de mesmo comprimento, de direção e de sentido, nestes há uma relação de equivalência que preserva as propriedades: reflexividade, comutatividade e transitividade.

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

A classe de equivalência do segmento orientado AB , isto é, o conjunto formado por todos os segmentos orientados equipolentes a AB , será indicada por AB . Os elementos de uma classe de equivalência são chamados representantes da classe, assim, o segmento orientado AB é um representante de AB . Uma propriedade importante da classe de equivalência, [...], é que duas classes de equivalência são iguais ou não se interceptam. Assim, $AB = CD$ se e somente se AB é equipolente a CD (MOTA; MARROCOS, 2014, p. 17).

Mota e Marrocos (2014) definem, então, o vetor como cada classe de equivalência determinada pela relação de equipolência. Marcando assim, a importância de explorar as relações de equivalência e equipolência no trabalho com o conceito de vetor.

Percurso Metodológico

Os procedimentos metodológicos utilizados nesta escrita são de caráter qualitativo e se configura um estudo de caso, a partir da análise de registros de representação produzidos por quatro acadêmicos de um curso de Engenharia, na realização de uma questão de prova e seus argumentos, em uma atividade de monitoria, a partir do questionamento da professora/pesquisadora, em relação ao desenvolvimento da questão pelos acadêmicos. A prova foi realizada na disciplina de GAV, ministrada por uma professora de Matemática, na qual a pesquisadora acompanhou, para sua pesquisa de mestrado. A turma envolvia estudantes dos cursos de Engenharia Elétrica, Civil e Mecânica[2]. O diálogo estabelecido com a pesquisadora e os estudantes, foram gravados e posteriormente transcritos, sendo analisado os argumentos apresentados.

Os estudantes que participaram realizaram a avaliação e participaram da monitoria são identificados nesta produção como E3, E39, E18 e E37. A análise se constituiu a partir dos registros de representação realizado pelo estudante e seus argumentos em relação a questão de número 2 que era:

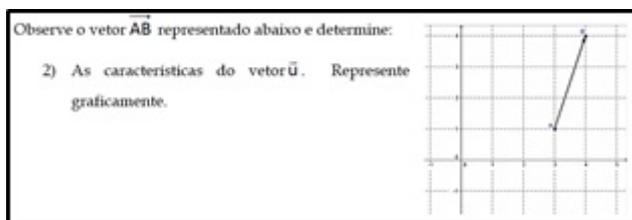


Figura 1 - Questão n° 2, referente a última avaliação.

Resultados e Discussão

A geração de um vetor envolve elementos, como módulo, sentido e direção. São esses elementos que caracterizam a formação de um vetor, e se constituem na base para que os estudantes consigam compreendê-lo e utilizá-lo de forma adequada. Os estudantes participantes

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

da pesquisa, porém, indicaram dificuldade em significar tais elementos, como podemos observar na argumentação de um estudante em relação às características de formação do vetor.

Pesquisadora: *E o que é sentido de um vetor?*

E37: *Horizontal e vertical.*

Pesquisadora: *Não. Vamos olhar para o vetor que está representado aqui (aponta para a representação na questão da prova). Qual é o sentido deste vetor?*

E37: *Estudante fica olhando para pesquisado indicando estar pensando, com dúvida.*

Pesquisadora: *Se eu sair daqui da Universidade e for para o centro, onde está a “origem” e a “extremidade” nesta situação?*

E37: *A origem aqui na universidade e a extremidade o centro, onde você quer ir.*

Pesquisadora: *Isso, muito bom. Então qual é o sentido?*

E37: *Da origem para a extremidade? Daí ficaria da universidade para o centro, é isso?*

Pesquisadora: *Isso, da origem para a extremidade.*

Quadro 1 - Argumentos do E37 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Quando o estudante é questionado em relação à característica do vetor, ou seja, ao sentido do vetor, ele apresenta como resposta “horizontal e vertical”. A resposta está equivocada, pois o sentido de um vetor é dado pela origem para a extremidade, e não considerando a posição horizontal e vertical. O argumento do aluno, portanto, não possui significação conceitual, pois se o vetor se apresenta de forma inclinada, qual será o sentido do vetor?

Seguindo a discussão, a pesquisadora tenta atribuir um sentido a característica do vetor, para articular a significação conceitual, a partir do exemplo de uma situação que possui um ponto de partida e outro de chegada. Este recurso é um movimento intencional que o professor precisa utilizar, em processo de ensino. Porém é necessário, não esquecer da significação, que é de fato o trabalho com o conceito matemático. A partir dessa discussão o estudante parece estabelecer algumas relações de sentido em relação à geração de vetor, apresentando indícios de ainda não conseguir significar os elementos do vetor. As palavras utilizadas pelo acadêmico, ainda não apresentam significados a situação conceitual, conforme podemos observar no diálogo abaixo:

Pesquisadora: *Então módulo e sentido ok e direção, o que é?*

E37: *Direção, é...*

Pesquisadora: *É o que?*

E37: *Isso é Horizontal e vertical, né?*

Pesquisadora: *Não, isso não é direção. Vamos considerar dois vetores paralelos, o que eles precisam ter para serem paralelos?*

E37: *Mesmo módulo?*

Pesquisadora: *Para serem paralelos eles precisam ter o mesmo módulo, ou seja, tamanho?*

E37: *Não, não eu me enganei é sentido.*

Pesquisadora: *Não também não é isso.*

E37: *Então é direção?*

Pesquisadora: *Isso, é a mesma direção.*

E37: *Eu sabia que era um desses.*

Pesquisadora: *Ok, então se para que dois vetores sejam paralelos tem que ter a mesma direção, o que é direção?*

E37: *É o ângulo?*

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

Quadro 2 - Continuação da argumentação do E37.

Dando continuidade à discussão em relação às características de formação de um vetor, a pesquisadora questiona o estudante quanto ao significado da direção de um vetor. O estudante apresenta como resposta “*Isso é horizontal e vertical, né?*” Revelando a falta de sentido e significação em relação ao questionamento da pesquisadora. Esta ainda tenta estabelecer um contexto a fim de possibilitar que o estudante mantenha uma relação com a condição de que dois vetores sejam paralelos. Mesmo com estas estratégias o estudante ainda apresenta instabilidade nos argumentos que caracterizam o *Nível de Desenvolvimento Potencial* em relação ao significado de direção de um vetor.

Outra discussão que marcou o *Nível de Desenvolvimento Potencial* dos estudantes em relação aos elementos de formação do vetor foi a realizada a partir da representação necessária na questão 2.

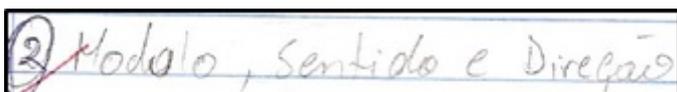


Figura 2 - Imagem da resposta do E18, em relação a questão 2 da avaliação.

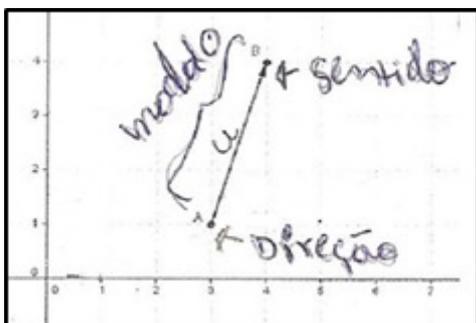


Figura 3 - Imagem da continuação da resposta da questão 2 pelo E18.

Pesquisadora: E a questão 2 como você resolveu?

E18: Fiz essa, é módulo, sentido e direção.

Pesquisadora: Ok, essas são as características de formação de um vetor qualquer, mas a questão pede para determinar as características do vetor u , ou seja, do vetor posição de AB .

E18: Hum, eu só coloquei isso, e no gráfico eu coloquei o que é cada um.

Pesquisadora: Módulo e sentido você indicou corretamente, mas quando indicou a direção você marcou a origem, a origem é a direção de um vetor?

E18: Eu sabia que módulo é o tamanho e sentido onde está a flecha, mas direção já não lembrava mais daí coloquei no ponto A .

Quadro 3 - Argumentos do E18 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Considerando o argumento do E18, pode-se observar que este desenvolveu o exercício utilizando efetivamente as palavras corretas, direção, sentido, modulo, porém, as palavras ainda

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

não apresentam compreensão conceitual, ou seja, significações, necessitando de auxílio de outro sujeito. A questão exigia que o estudante determinasse as características do vetor encontrado na questão 1 e que as representasse graficamente. O E18, destacou as características de formação de um vetor qualquer e as indicou na representação gráfica. O movimento realizado pelo estudante, indica que o mesmo está ainda no *Nível de Desenvolvimento Potencial*, porém já apresenta avanços em relação ao E37, pois algumas palavras apresentam significações, na formação do conceito de vetor.

A discussão a seguir apresenta os argumentos apresentados por um estudante (E3), que não desenvolveu a questão da prova. A pesquisadora propôs ao estudante para discutir a questão solicitada, quais suas compreensões, ou seja, agiu nos possíveis sentidos que o estudantes poderia explicitar para poder provocar o desenvolvimento conceitual.

Pesquisadora: *O que significa cada uma dessas características? O módulo?*

E3: Estudante pensando...

Pesquisadora: *O que é o módulo de um vetor?*

E3: Não é um ponto né?

Pesquisadora: *Não, vamos olhar para esse vetor que está representado aqui (apontando para o vetor AB representado na questão), qual é o módulo dele?*

E3: Estudante pensando...

Pesquisadora: *O vetor possui três características de formação, módulo, sentido e direção. Como você mesmo respondeu antes, mas o que são esses elementos? Vamos analisar este aqui (apontando novamente para o vetor AB representado na questão). O que ele possui? A origem aqui no ponto A. A extremidade aqui no ponto B...*

E3: Tá! Acho que sei. É o tamanho, é isso né?

Pesquisadora: *Isso, é o tamanho, o módulo de um vetor é o tamanho dele. E o sentido?*

E3: Deve ser o ponto B, aqui da flecha, é isso?

Pesquisadora: *Não, sentido não é isso, mas possui relação com a flecha, sim, o sentido de um vetor é dado pelo sentido da flecha, e é indicado da origem para a extremidade.*

E3: Eu me lembro disso, acho que fiz isso em algum exercício das listas.

Pesquisadora: *E direção de um vetor, o que é?*

E3: Não sei, eu sei que o vetor tem três características, mas não sei o que é a direção.

Quadro 4 - Argumentos do E3 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

Observa-se na argumentação do E3 em relação ao desenvolvimento da questão 2 que as características de formação de um vetor continuam não fazendo sentido para o estudante. Porém este diálogo indica que se o professor tiver intencionalidade do conceito é possível o estudante se movimentar do *Nível de Desenvolvimento Potencial para o Real*. Aqui entendemos a função principal do professor, no sentido de problematizar as situações, mas também apresentar os conceitos aos estudantes, atuando no desenvolvimento dos mesmos. É somente na instituição educativa que estudantes podem se desenvolver, a partir da aprendizagem de conceitos, sendo competência do professor agir pela aprendizagem no desenvolvimento. O estudante E3, apresenta indícios de utilização das palavras que sustentam conceitualmente os três elementos de formação do vetor, entretanto, ainda apresenta instabilidade na significação desses elementos.

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

Pesquisadora: E a questão número 2, como você resolveu? Quais são as características de um vetor?

E39: Módulo, sentido e direção.

Pesquisadora: Isso, e porque você não fez a representação destas características?

E39: Eu tenho problemas com a representação, eu não sei fazer isso.

Pesquisadora: Mas o que cada característica de um vetor significa? Você sabe? O que é o módulo?

E39: Tamanho.

Pesquisadora: Isso, e direção?

E39: De A para B.

Pesquisadora: Se isso é a direção então o que é o sentido de um vetor?

E39: Há é isso é sentido, de A para B ou de B para A.

Pesquisadora: Ok, sentido é isso mesmo, mas e direção? Com as características de formação do vetor é que alguns cálculos são desenvolvidos e que caracterizam os tipos de vetor. Por exemplo, para que dois vetores sejam iguais, eles precisam ter o mesmo módulo, o mesmo sentido e a mesma direção. Para que dois vetores sejam opostos, eles precisam ter apenas sentidos diferentes, e para que dois vetores sejam paralelos, o que é preciso? Qual é a condição para eles serem paralelos?

E39: Que tenham a mesma direção?

Pesquisadora: Vamos considerar esta sala de aula. Considere estas duas paredes (pesquisadora aponta para parede em frente do estudante e atrás do mesmo). Estas paredes são o que entre elas? Qual sua característica?

E39: Paralelas.

Pesquisadora: Por que?

E39: Estudante observa as paredes, mas não responde.

Pesquisadora: O que é comum entre as duas paredes?

E39: Estudante pensando.

Pesquisadora: O piso é comum para essas duas paredes ne?

E39: Sim, elas formam um ângulo de 90° com o piso.

Pesquisadora: Hum, então o que é a direção?

E39: O ângulo, o ângulo tem que ser o mesmo, é isso?

Pesquisadora: Isso, para que dois vetores sejam paralelos eles precisam ter a mesma direção. O ângulo que eles formam com uma base horizontal tem que ser o mesmo.

E39: Eu sempre me confundo com sentido e direção, sempre tive dificuldades com isso na disciplina.

Quadro 5 - Argumentos do E39 em relação ao exercício 2 da última avaliação.

O estudante E39 afirma que “Eu sempre me confundo com sentido e direção, sempre tive dificuldades com isso na disciplina”. Apesar de estar no final da disciplina, este estudante ainda não compreende a condição básica da geração de vetor, o que pode implicar significativamente nas operações com vetores, sendo estas características condições essenciais do conceito vetor. Tais argumentos representam a falta de significado atribuído às características elementares de formação de um vetor. Pode-se afirmar, inclusive, que os estudantes sabem que o vetor é gerado a partir de três elementos: sentido, direção e módulo, entretanto, apresentam dificuldades em relação ao significado de cada um dos elementos, principalmente no sentido e na direção de um vetor.

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

Nenhum estudante conseguiu definir, de forma argumentativa, considerando o *Nível de Desenvolvimento Real*, principalmente a característica de direção de um vetor. As dificuldades apresentadas pelos estudantes podem ter relação com a necessidade de entendimento de espaço e registro de representação, que se sustentam por um segmento de reta orientado com módulo, sentido e direção.

Considerações Finais

Considerando a análise realizada é possível afirmarmos que as dificuldades dos estudantes em significar os elementos de formação do vetor, módulo, sentido e direção, estão centralizadas no *Nível de Desenvolvimento Potencial para o Nível de Desenvolvimento Real*. Para muitos deles, esses elementos não fazem sentido e ainda estão distantes da significação conceitual necessária ao desenvolvimento.

Para que o estudante compreenda o conceito, ele precisa diferenciar as grandezas escalares e vetoriais, de modo que os elementos que estruturam o vetor sejam trabalhados a partir do que efetivamente os estudantes já conhecem. Os dados da pesquisa indicam que, afirmar para o estudante o que é módulo, sentido e direção, não garante mobilizar este entendimento. De modo geral, podemos afirmar que, apesar da importância do entendimento do conceito de vetor, assim como de suas operações pelos estudantes de Engenharia, grande parte destes cursam a disciplina e ainda não conseguem significar os elementos de formação do vetor, conseqüentemente, não conseguem aplicar o conceito em situações profissionais.

De acordo com a perspectiva histórico-cultural, quando há apropriação das significações de conceitos científicos, a relação que se estabelece com um objeto é mediada por algum outro conceito, “[...] um novo conceito, uma nova generalização não surge senão com base no conceito ou generalização anterior (VIGOTSKY, 2001, p. 372)”. Sendo assim, se nenhuma relação foi estabelecida com outros conceitos, é impossível significar o conceito de vetor, conceito este que como já dito anteriormente está inserido em uma rede de significações.

Sendo assim, um dos indícios para a não aprendizagem do conceito de vetor pode ter sido a falta de relação do mesmo com outros conceitos, tais como: segmento de reta orientado, segmentos equipolentes, entre outros conceitos que integram a rede de significações do conceito de vetor.

Referências

CASTRO, Samira Choukri de. **Os Vetores do Plano e do Espaço e os Registros de Representação**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - 2001.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação Matemática: Uma (nova) Introdução**. 3. ed. - São Paulo: EDUC, 2012.

Evento: XXII Jornada de Pesquisa

DUVAL, Raymond. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo Matemático de pensar - os registros de representação semióticas.** Tradução: Marlene Alves Dias - São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registro Semiótico e Aprendizagens Intelectuais.** Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira - São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** Campinas - São Paulo: Papyrus, 2003.

MOTA, Cicero. MARROCOS, Marcus. **Introdução a Álgebra Geométrica.** - Rio de Janeiro, RJ: SBM, (Minicurso Colóquio Norte), 2014.

RONCAGLIO, Viviane. **Registros de Representação Semiótica - Atividades de Conversão e Tratamento em Vetores e suas Operações a partir da Argumentação de Estudantes de Engenharia.** Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências) da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - 2015.

RONCAGLIO, Viviane; NEHRING, Cátia M. **Entendimentos do Conceito de Vetor por Estudantes de Engenharia.** VIDYA, v. 35, n. 2, p. 1-18, jul./dez., 2015 - Santa Maria, 2015.

RONCAGLIO, Viviane; NEHRING, Cátia M. **Aprendizagem do Conceito de Vetor por Estudantes de Engenharia - Análise de Registros.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM, São Paulo, 2016.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **A Formação Social da Mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Tradução José Cipolla Neto. 5° ed. - São Paulo: Martins Fontes, 1994.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **Pensamento e Linguagem.** Tradução Jefferson Luiz Camargo. 4° ed. - São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VIGOTSKI, Lev. **A Construção do pensamento e da linguagem.** Tradução de Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

[1] A partir de agora utilizaremos para designar Registro de Representação Semiótica somente RRS.

[2] Maiores informações na pesquisa RONCAGLIO (2015).

Evento: XXII Jornada de Pesquisa